

MCSS II Sobrantes 2010 (Modelo 6)

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A**EJERCICIO 1**

(2.5 puntos) Un supermercado se abastece de gambas y langostinos a través de dos mayoristas, A y B, que le envían contenedores con cajas completas de ambos productos.

El mayorista A envía en cada contenedor 2 cajas de gambas y 3 de langostinos, al precio de 350 euros el contenedor, mientras que el mayorista B envía en cada uno 1 caja de gambas y 5 de langostinos, al precio de 550 euros el contenedor.

El supermercado necesita, como mínimo, 50 cajas de gambas y 180 de langostinos pudiendo almacenar, como máximo, 50 contenedores.

¿Cuántos contenedores debería pedir el supermercado a cada mayorista para satisfacer sus necesidades con el menor coste posible? Indique cuál sería ese coste mínimo.

EJERCICIO 2

Sea la función $f(x) = 2x^2 + ax + b$.

- (1.25 puntos)** Determine los valores de a y b sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(1, 3)$ y alcanza un extremo local en el punto de abscisa $x = -2$.
- (1.25 puntos)** Tomando $a = 8$ y $b = -10$ deduzca la curvatura de su gráfica, el valor mínimo que alcanza la función y los valores donde la función se anula.

EJERCICIO 3

En el experimento aleatorio consistente en lanzar un dado equilibrado con las caras numeradas del 1 al 6 y observar el resultado se consideran los siguientes sucesos:

A: "obtener un número mayor que 4", B: "obtener un número par".

- (1 punto)** Escriba los elementos de cada uno de los siguientes sucesos:

A; B; $A^c \cup B$; $(A \cap B)^c$.

- (1.5 puntos)** Calcule las probabilidades $P(A^c \cap B^c)$ y $P(A^c \cup B^c)$.

EJERCICIO 4

En los individuos de una población, la concentración de una proteína en sangre se distribuye según una ley Normal de media desconocida y desviación típica 0'42 g/dl. Se toma una muestra aleatoria de 49 individuos y se obtiene una media muestral de 6'85 g/dl.

- (1.25 puntos)** Obtenga un intervalo de confianza, al 96%, para estimar la concentración media de la proteína en sangre de los individuos de esa población.
- (1.25 puntos)** ¿Es suficiente el tamaño de esa muestra para obtener un intervalo de confianza, al 98%, con un error menor que 0'125 g/dl?

OPCIÓN B**EJERCICIO 1**

- (1 punto)** Dibuje el recinto del plano definido por las inecuaciones:

$$x + 3y \geq 9; \quad 4x - 5y + 25 \geq 0; \quad 7x - 2y \leq 17; \quad x \geq 0; \quad y \geq 0.$$

- (1 punto)** Calcule los vértices del mismo.
- (0.5 puntos)** Obtenga en dicho recinto los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y) = 2x - y + 6$ y los puntos donde se alcanzan.

EJERCICIO 2

a) (1.5 puntos) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

$$f(x) = \left(\frac{2-5x}{3}\right)^2 + \frac{1-2x}{x^2}; \quad g(x) = (3x+2)^2 \cdot \ln(1+x^2).$$

b) (1 punto) Halle las asíntotas y los puntos de corte con los ejes de $h(x) = \frac{1+2x}{x-2}$.

EJERCICIO 3

Una fábrica posee un sistema de alarma contra robos. Por estudios previos a la instalación del sistema se sabe que la probabilidad de que un día se produzca un robo en la fábrica es 0'08.

Las indicaciones técnicas del fabricante de la alarma dicen que la probabilidad de que suene si se ha producido un robo es 0'98, y de que suene si no ha habido robo es 0'03.

a) (1.25 puntos) En un día cualquiera calcule la probabilidad de que no suene la alarma.

b) (1.25 puntos) Si suena la alarma, ¿cuál es la probabilidad de que no sea debido a un robo?

EJERCICIO 4

El peso de los sacos de patatas de una cooperativa es una variable aleatoria Normal con desviación típica 0'25 kg. El agente de ventas de esa cooperativa afirma que el peso medio de los sacos no baja de 5 kg.

Se desea contrastar estadísticamente esta hipótesis. Para ello se toma una muestra aleatoria de 20 sacos y se obtiene que su peso medio es de 4'8 kg.

a) (0.5 puntos) Determine las hipótesis del contraste que se plantea en este enunciado.

b) (1 punto) Halle la región crítica de este contraste para $\alpha = 0'01$.

c) (1 punto) Con los datos de la muestra tomada, ¿puede decirse que existe evidencia estadística suficiente para rechazar la hipótesis del agente de ventas de la cooperativa, al nivel de significación $\alpha = 0'01$?