

MCSS II Sobrantes 2010 (Modelo 2)

Instrucciones:

- Duración: 1 hora y 30 minutos.
- Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
- En cada ejercicio, parte o apanado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
- Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
- Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin su ayuda. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A**EJERCICIO 1**

Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

- (1 punto)** Halle los valores de a y b para que se verifique: $A - B + A \cdot B^t = C$
- (0.75 puntos)** ¿Existe algún valor de b para el que el producto $B \cdot B^t$ sea igual a la matriz nula?
- (0.75 puntos)** Para $a = 0'5$ y $b = 1$, halle la matriz X que verifica la igualdad $A \cdot X + B = O$ (O representa la matriz nula).

EJERCICIO 2

Sean las funciones $f(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 + 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ x^2 - 4x + 5 & \text{si } 0 < x \leq 1 \end{cases}$ $h(x) = \begin{cases} -x^2 + x + 2 & \text{si } -1 \leq x \leq 0 \\ -x^2 - x + 2 & \text{si } 0 < x \leq 1 \end{cases}$,

- (1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función f en $x = 0$.
- (1 punto)** Estudie la continuidad y la derivabilidad de la función h en $x = 0$.
- (0.5 puntos)** Si las dos funciones anteriores representan el perfil de un arco puntiagudo de una catedral y el de un arco redondeado (sin picos) de un túnel, indique, razonadamente, la que corresponde a la catedral y la que corresponde al túnel.

EJERCICIO 3

Una empresa utiliza dos servidores para conectarse a Internet. El primero, S_1 , lo utiliza el 45% de las veces y el segundo, S_2 , el resto.

Cuando se conecta a Internet con S_1 , los ordenadores se bloquean el 5% de las veces, y cuando lo hace con S_2 el 8%. Si un día, al azar, la empresa está conectada a Internet,

- (1.25 puntos)** ¿cuál es la probabilidad de que los ordenadores se queden bloqueados?
- (1.25 puntos)** ¿Cuál es la probabilidad de que la empresa esté utilizando el servidor S_1 , sabiendo que los ordenadores se han quedado bloqueados?

EJERCICIO 4

De una muestra aleatoria de 350 individuos de una población, 50 son adultos.

- (1.5 puntos)** Calcule un intervalo de confianza, al 98%, para la proporción de adultos de esa población.
- (1 punto)** ¿Puede admitirse, a ese nivel de confianza, que la proporción de adultos de esa población es $2/15$?

OPCIÓN B**EJERCICIO 1**

a) **(2 puntos)** Represente la región definida por las siguientes inecuaciones y determine sus vértices:

$$x \leq 2; \quad y \geq -4x + 8; \quad 3y - 4x + 16 \leq 0$$

b) **(0.5 puntos)** Calcule los valores máximo y mínimo de la función $F(x,y) = 3x - y$, y los puntos donde se alcanzan.

EJERCICIO 2

El gerente de una empresa sabe que los beneficios de la misma, $f(x)$, dependen de la inversión, x , según la función $f(x) = -x^2 + 11x - 10$.

(x es la cantidad invertida, en millones de euros).

- (0.75 puntos)** Determine los valores de la inversión para los que la función beneficio es no negativa.
- (1 punto)** Halle el valor de la inversión para el cual el beneficio es máximo. ¿A cuánto asciende éste?
- (0.75 puntos)** ¿Entre qué valores ha de estar comprendida la inversión para que el beneficio sea creciente, sabiendo que éste es no negativo?

EJERCICIO 3

En un centro de enseñanza secundaria se sabe que el 45% de los alumnos juegan al fútbol, que el 60% practican atletismo, y que de los que practican atletismo el 50% juegan al fútbol.

- (0.75 puntos)** ¿Qué porcentaje de alumnos practican ambos deportes?
- (0.75 puntos)** Si se elige al azar un alumno de ese centro, ¿cuál es la probabilidad de que no practique ninguno de estos deportes?
- (1 punto)** Si un alumno de ese centro no juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que practique atletismo?

EJERCICIO 4

(2.5 puntos) Se sabe que los años de vida de los individuos de una población es una variable aleatoria Normal con desviación típica 8'9 años. Una muestra aleatoria de 100 individuos de esa población mostró una vida media de 71'8 años. Mediante un contraste de hipótesis unilateral, ¿puede afirmarse con los datos anteriores que la vida media es mayor de 70 años, a un nivel de significación $\alpha = 0'05$?