



BLOQUE III

Funciones

10. Rectas e hipérbolas

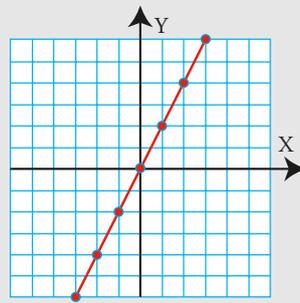


1. Las funciones

PIENSA Y CALCULA

Representa en unos ejes de coordenadas todos los puntos en que la ordenada sea el doble de la abscisa.

Solución:

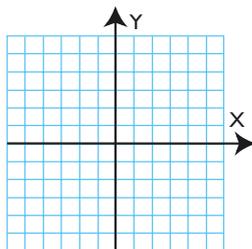


Carné calculista 456,7 : 6,9 | C = 66,18; R = 0,058

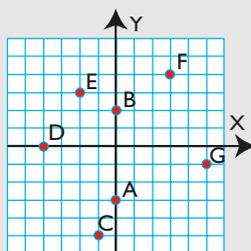
APLICA LA TEORÍA

1 Representa en unos ejes coordenados los siguientes puntos:

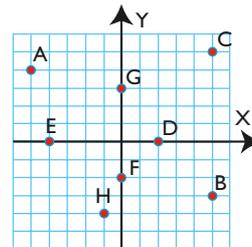
A(0, -3), B(0, 2), C(-1, -5), D(-4, 0), E(-2, 3), F(3, 4) y G(5, -1)



Solución:



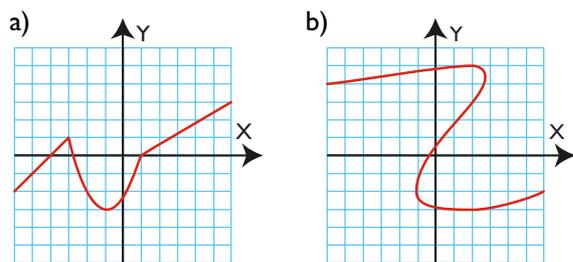
2 Halla las coordenadas de los puntos representados en el gráfico:



Solución:

- A(-5, 4)
- B(5, -3)
- C(5, 5)
- D(2, 0)
- E(-4, 0)
- F(0, -2)
- G(0, 3)
- H(-1, -4)

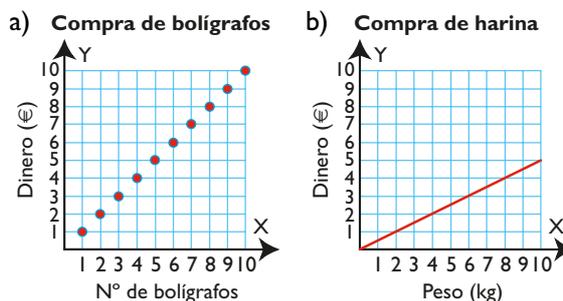
3 Indica cuáles de las siguientes gráficas son funciones y por qué:



Solución:

- a) Sí es función, porque para cada valor de la variable independiente, x , solo existe un único valor de la variable dependiente, y
- b) No es función, porque hay valores de la variable independiente, x , a los que les corresponde más de un valor de la variable dependiente, y . Por ejemplo: para $x = 2$, a la variable y le corresponden 3 valores: 5, 3 y -3

4 En las siguientes gráficas indica qué magnitudes se relacionan, cuál es la variable independiente, si es discreta o continua, y cuál es la variable dependiente.



Solución:

- a) Se relacionan el número de bolígrafos y el dinero que se paga por ellos.
La variable independiente es el nº de bolígrafos. Es discreta.
La variable dependiente es el dinero que se paga.
- b) Se relacionan el peso, en kilos, de la harina y el dinero que se paga por ella.
La variable independiente es el nº de kilos de harina. Es continua.
La variable dependiente es el dinero que se paga.

2. Función lineal o de proporcionalidad directa

PIENSA Y CALCULA

Halla la constante de proporcionalidad directa en la compra de nueces, sabiendo que 5 kg cuestan 15 €. Interpreta el resultado.

Solución:

La constante de proporcionalidad es:

$$m = 15 : 5 = 3$$

Significa que se paga a 3 €/kg

Carné calculista $\frac{2}{5} : \frac{3}{10} = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2}{15}$

APLICA LA TEORÍA

5 Indica si la siguiente tabla es de proporcionalidad directa y calcula la constante de proporcionalidad.

Peso (kg)	1	2	3	4
Dinero (€)	3	6	9	12

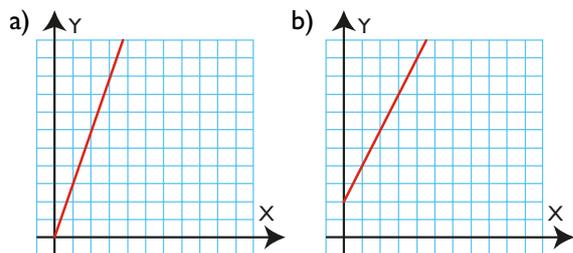
Solución:

Es de proporcionalidad directa.

La constante es:

$$m = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = 3$$

6 Indica si las siguientes gráficas son de proporcionalidad directa y calcula la constante de proporcionalidad.



Solución:

a) Pasa por el origen $O(0, 0)$ y su pendiente es 3; y, por lo tanto, la constante de proporcionalidad directa es $m = 3$

Es una gráfica de una función de proporcionalidad directa.

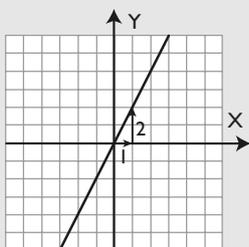
b) No pasa por el origen $O(0, 0)$ y, por lo tanto, no es una gráfica de una función de proporcionalidad directa.

7 Halla la pendiente, estudia el crecimiento y dibuja la gráfica de las funciones siguientes:

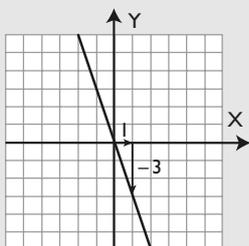
- a) $y = 2x$ b) $y = -3x$

Solución:

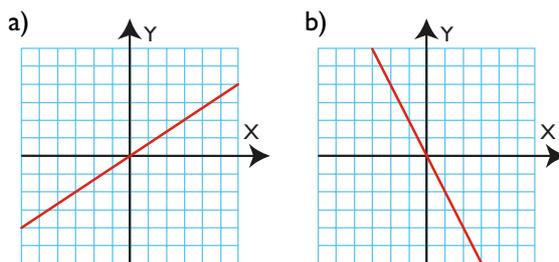
a) $m = 2 > 0$. Es creciente.



b) $m = -3 < 0$. Es decreciente.

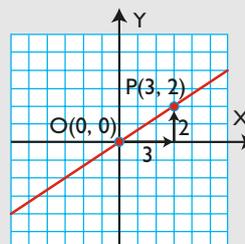


8 Halla la ecuación de las rectas siguientes:



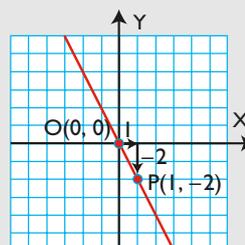
Solución:

a)



$$m = \frac{2}{3} \Rightarrow y = \frac{2}{3}x$$

b)



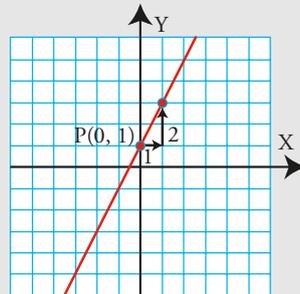
$$m = -\frac{2}{1} = -2 \Rightarrow y = -2x$$

3. Función afín. Estudio de rectas

PIENSA Y CALCULA

Dibuja una recta que pase por el punto $P(0, 1)$ y que tenga de pendiente $m = 2$

Solución:



Carné calculista 652,3 : 7,8 | C = 83,62; R = 0,064

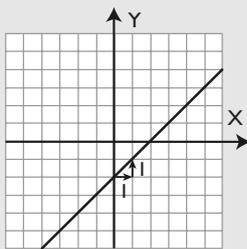
APLICA LA TEORÍA

9 Halla la pendiente, el valor de la ordenada en el origen y dibuja la gráfica de las funciones siguientes:

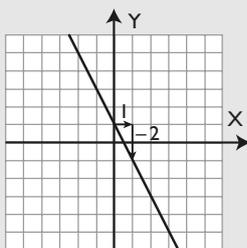
- a) $y = x - 2$
- b) $y = -2x + 1$
- c) $y = -\frac{3}{2}x + 4$
- d) $y = \frac{1}{3}x + 1$

Solución:

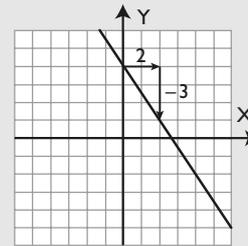
- a) $m = 1$
 $b = -2$



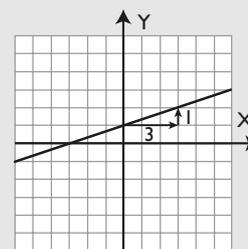
- b) $m = -2$
 $b = 1$



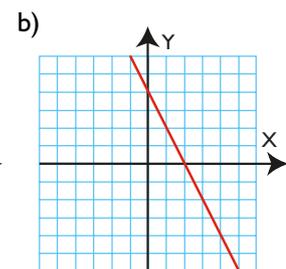
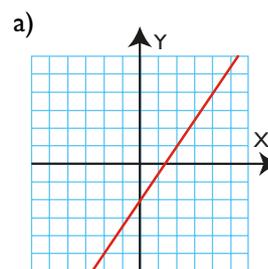
- c) $m = -3/2$
 $b = 4$



- d) $m = 1/3$
 $b = 1$

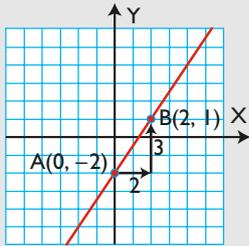


10 Halla la ecuación de las rectas siguientes:



Solución:

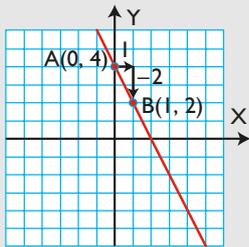
a)



$$m = \frac{3}{2}, b = -2$$

$$\text{La ecuación es: } y = \frac{3}{2}x - 2$$

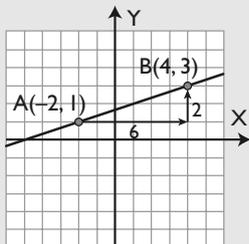
b)



$$m = -2, b = 4$$

$$\text{La ecuación es: } y = -2x + 4$$

- 11** Halla la fórmula de la recta que pasa por los puntos $A(-2, 1)$ y $B(4, 3)$

Solución:

- Se calcula la pendiente:

$$m = \frac{3 - 1}{4 - (-2)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

- En la fórmula $y = \frac{1}{3}x + b$ se sustituyen las coordenadas del punto $A(-2, 1)$

$$y = \frac{1}{3}x + b \Rightarrow \frac{1}{3} \cdot (-2) + b = 1 \Rightarrow b = \frac{5}{3}$$

$$\text{La recta es: } y = \frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$$

- 12** Representa las siguientes rectas y di cuáles son funciones:

a) $y = 4$

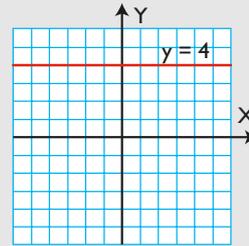
b) $y = -2$

c) $x = 1$

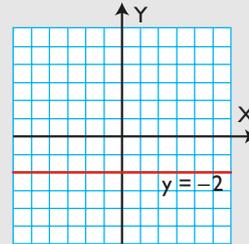
d) $x = -5$

Solución:

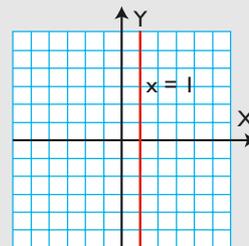
a) Es función.



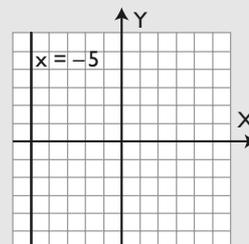
b) Es función.



c) No es función.

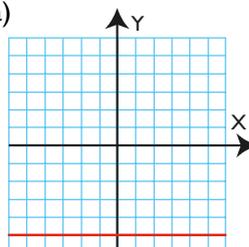


d) No es función.

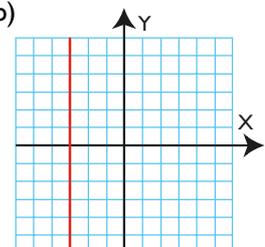


- 13** Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a)



b)

**Solución:**

a) $y = -3$

b) $x = -3$

4. Función de proporcionalidad inversa

PIENSA Y CALCULA

Halla mentalmente el valor de la constante de proporcionalidad inversa sabiendo que para hacer una obra, 10 obreros han tardado 6 días.

Solución:

La constante es: $k = 10 \cdot 6 = 60$

Carné calculista $\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{9}\right) : \frac{5}{3} = \frac{1}{3}$

APLICA LA TEORÍA

14 Indica si la siguiente tabla es de proporcionalidad inversa y calcula la constante de proporcionalidad:

x	1	2	3	4	5
y	12	6	4	3	2,4

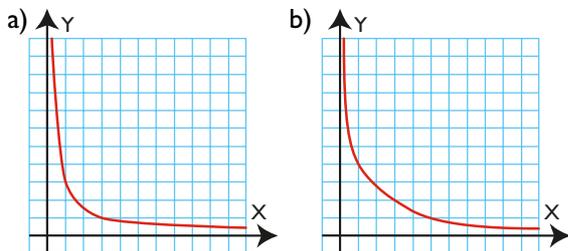
Solución:

Sí es de proporcionalidad inversa.

La constante es:

$k = 1 \cdot 12 = 2 \cdot 6 = 3 \cdot 4 = 4 \cdot 3 = 5 \cdot 2,4 = 12$

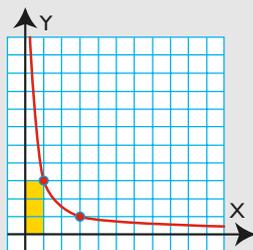
15 Indica si las siguientes gráficas son de proporcionalidad inversa:



Solución:

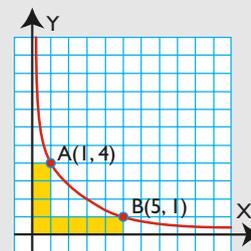
a) Sí es de proporcionalidad inversa.

Es una curva en la que se cumple siempre que el producto que se obtiene al multiplicar un valor cualquiera de las abscisas por el correspondiente valor de las ordenadas es la constante de proporcionalidad, $k = 3$



b) No es de proporcionalidad inversa.

Se observa que existen dos puntos $A(1, 4)$ y $B(5, 1)$ tales que $1 \cdot 4 = 4 \neq 5 \cdot 1 = 5$

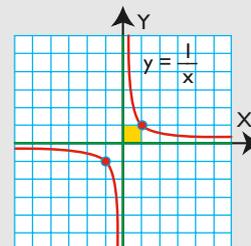


16 Halla la constante de proporcionalidad, estudia el crecimiento y dibuja las gráficas de las siguientes funciones:

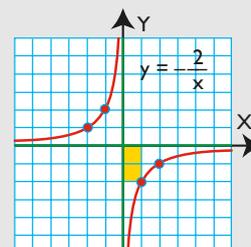
a) $y = \frac{1}{x}$ b) $y = -\frac{2}{x}$

Solución:

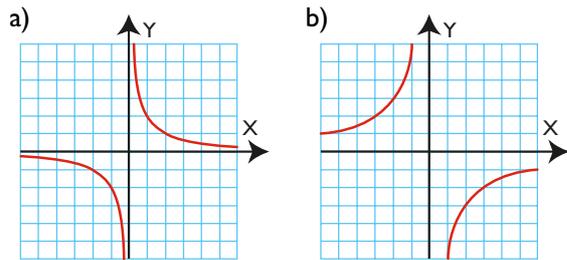
a) $k = 1 > 0$. Es decreciente.



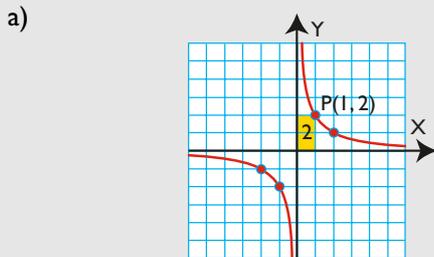
b) $k = -2 < 0$. Es creciente.



17 Halla las ecuaciones de las hipérbolas siguientes:

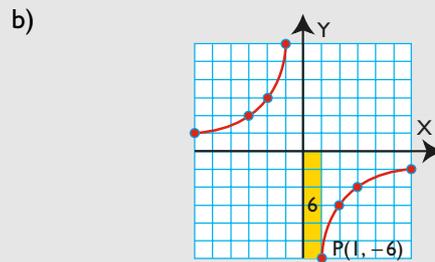


Solución:



$$P(1, 2) \Rightarrow k = 1 \cdot 2 = 2$$

La ecuación es: $y = \frac{2}{x}$

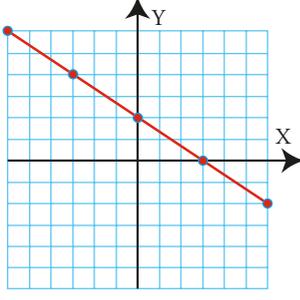
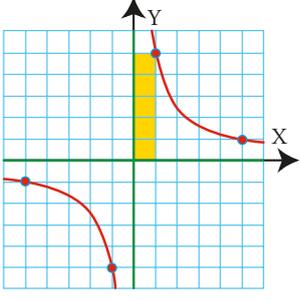
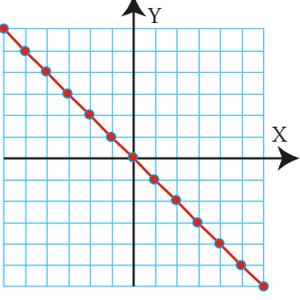
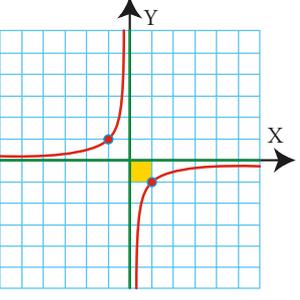
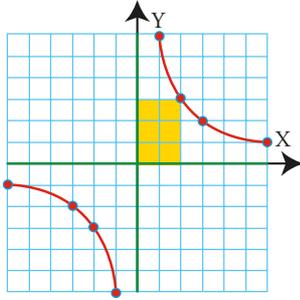
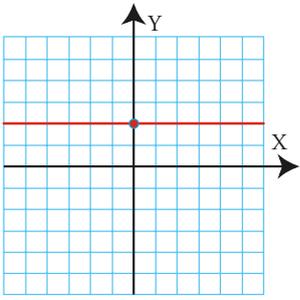
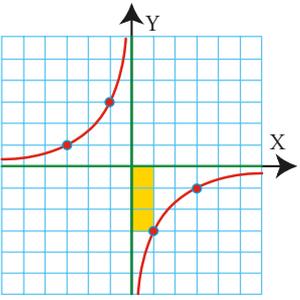
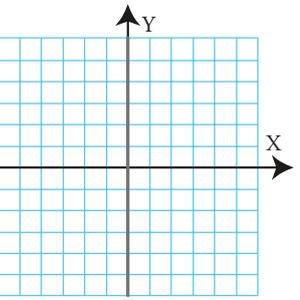
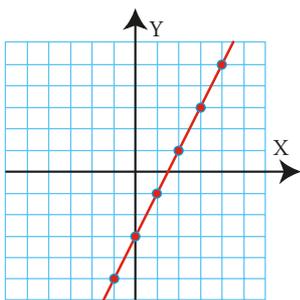
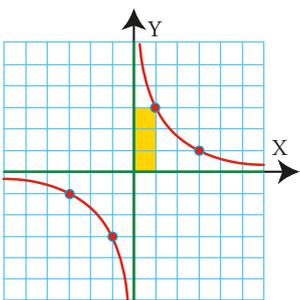
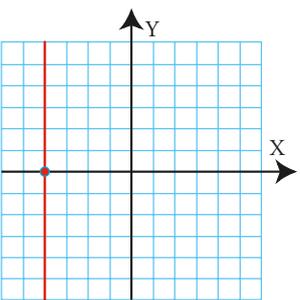
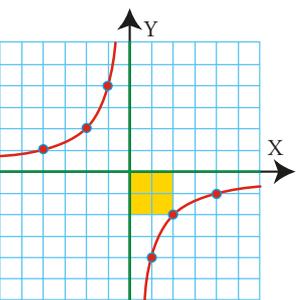


$$P(1, -6) \Rightarrow k = 1 \cdot (-6) = -6$$

La ecuación es: $y = -\frac{6}{x}$

Halla el tipo de cada una de las siguientes funciones y calcula mentalmente su ecuación:

1. Función lineal o de proporcionalidad directa $y = 3x$	2. Función de proporcionalidad inversa $y = \frac{1}{x}$	3. Función afín $y = -x + 3$	4. Función de proporcionalidad inversa $y = -\frac{5}{x}$
5. Función de proporcionalidad inversa $y = \frac{2}{x}$	6. Función constante $y = 0$	7. Función de proporcionalidad inversa $y = -\frac{6}{x}$	8. Función lineal o de proporcionalidad directa $y = x$

<p>9. Función afín</p> $y = -\frac{2}{3}x + 2$	<p>10. Función de proporcionalidad inversa</p> $y = \frac{5}{x}$	<p>11. Función lineal o de proporcionalidad directa</p> $y = -x$	<p>12. Función de proporcionalidad inversa</p> $y = -\frac{1}{x}$
			
<p>13. Función de proporcionalidad inversa</p> $y = \frac{6}{x}$	<p>14. Función constante</p> $y = 2$	<p>15. Función de proporcionalidad inversa</p> $y = -\frac{3}{x}$	<p>16. No es función</p> $x = 0$
			
<p>17. Función afín</p> $y = 2x - 3$	<p>18. Función de proporcionalidad inversa</p> $y = \frac{3}{x}$	<p>19. No es función</p> $x = -4$	<p>20. Función de proporcionalidad inversa</p> $y = -\frac{4}{x}$
			

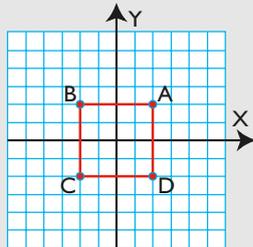
Ejercicios y problemas

1. Las funciones

18 Representa en unos ejes coordenados los siguientes puntos y únelos en orden alfabético. Une también el último con el primero. ¿Qué figura se obtiene?

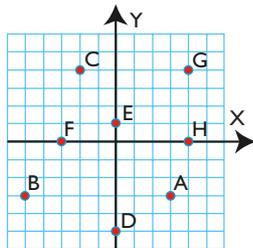
$A(2, 2)$, $B(-2, 2)$, $C(-2, -2)$ y $D(2, -2)$

Solución:



Se obtiene un cuadrado.

19 Halla las coordenadas de los puntos representados en el gráfico:



Solución:

$A(3, -3)$

$B(-5, -3)$

$C(-2, 4)$

$D(0, -5)$

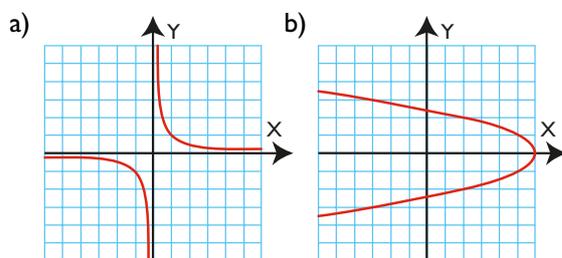
$E(0, 1)$

$F(-3, 0)$

$G(4, 4)$

$H(4, 0)$

20 Indica cuáles de las siguientes gráficas son funciones y por qué.



Solución:

a) Sí es función, porque para cada valor de la variable independiente, x , solo existe un único valor de la variable dependiente, y

b) No es función, porque hay valores de la variable independiente, x , a los que les corresponden dos valores de la variable dependiente, y . Por ejemplo, para $x = 5$ la variable y vale $|y - 1$

21 En la siguiente gráfica, indica:

- qué magnitudes se relacionan.
- cuál es la variable independiente. ¿Es discreta o continua?
- cuál es la variable dependiente.

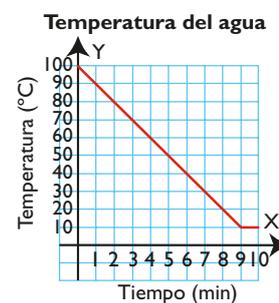


Solución:

- Se relacionan el tiempo en horas y el número de personas.
- La variable independiente es el tiempo. Es continua.
- La variable dependiente es el número de personas que recogen los higos.

22 En la siguiente gráfica, indica:

- qué magnitudes se relacionan.
- cuál es la variable independiente. ¿Es discreta o continua?
- cuál es la variable dependiente.



Solución:

- Se relacionan el tiempo en minutos y la temperatura en $^{\circ}\text{C}$
- La variable independiente es el tiempo. Es continua.
- La variable dependiente es la temperatura.

2. Función lineal o de proporcionalidad directa

23 Indica si la siguiente tabla es de proporcionalidad directa y, si lo es, calcula la constante de proporcionalidad:

x	1	2	3	4
y	5	10	15	20

Solución:

Es de proporcionalidad directa.

La constante es:

$$m = \frac{5}{1} = \frac{10}{2} = \frac{15}{3} = \frac{20}{4} = 5$$

24 Completa la siguiente tabla para que sea de proporcionalidad directa y calcula la constante de proporcionalidad:

x	1	2	3	4
y		3		

Solución:

x	1	2	3	4
y	1,5	3	4,5	6

La constante es: $m = \frac{3}{2} = 1,5$

25 Indica si la siguiente gráfica es de proporcionalidad directa y, si lo es, calcula la constante de proporcionalidad:



Solución:

La gráfica pasa por el origen $O = (0, 0)$ y su pendiente es 0,04. Por tanto, la constante de proporcionalidad directa es $m = 0,04$. Es una gráfica de proporcionalidad directa.

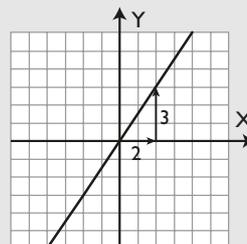
26 Halla la pendiente, estudia el crecimiento y dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{3}{2}x$

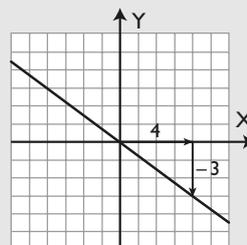
b) $y = -\frac{3}{4}x$

Solución:

a) $m = 3/2 > 0$. Es creciente.

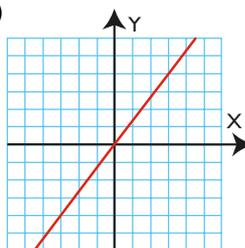


b) $m = -3/4 < 0$. Es decreciente.

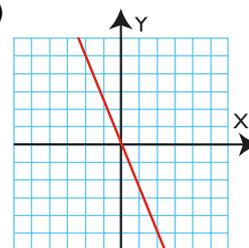


27 Halla la ecuación de las rectas siguientes:

a)

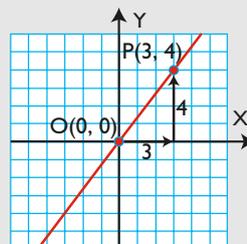


b)



Solución:

a)

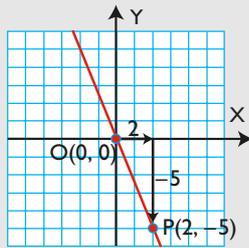


$m = 4/3$

La ecuación es: $y = \frac{4}{3}x$

Ejercicios y problemas

b)



$$m = -5/2$$

La ecuación es: $y = -\frac{5}{2}x$

3. Función afín. Estudio de rectas

28 Halla la pendiente, el valor de la ordenada en el origen y dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $y = 3x - 4$

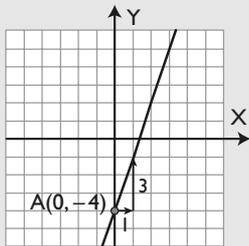
b) $y = -x + 2$

c) $y = -\frac{4}{5}x + 1$

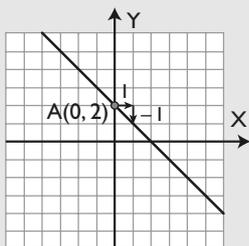
d) $y = \frac{2}{3}x - 2$

Solución:

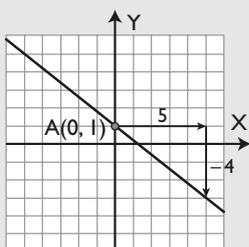
a) $m = 3, b = -4$



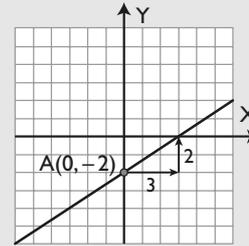
b) $m = -1, b = 2$



c) $m = -4/5, b = 1$

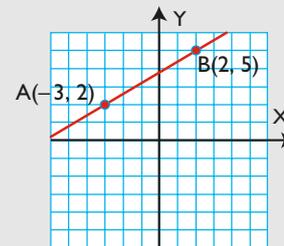


d) $m = 2/3, b = -2$



29 Halla la fórmula de la recta que pasa por los puntos A(-3, 2) y B(2, 5)

Solución:



a) Se calcula la pendiente:

$$m = \frac{5 - 2}{2 - (-3)} = \frac{3}{5}$$

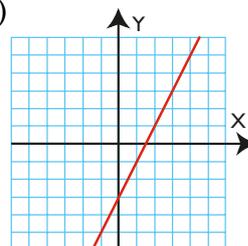
b) En la fórmula $y = 3/5x + b$ se sustituyen las coordenadas del punto A(-3, 2)

$$y = 3/5x + b \Rightarrow 3/5(-3) + b = 2 \Rightarrow b = 19/5$$

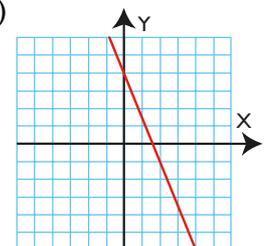
La recta es: $y = \frac{3}{5}x + \frac{19}{5}$

30 Halla la ecuación de las rectas siguientes:

a)



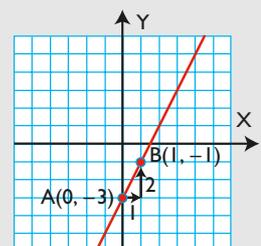
b)



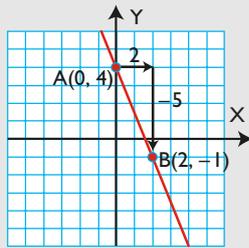
Solución:

a) $m = 2, b = -3$

La ecuación es: $y = 2x - 3$



b)



$m = -5/2, b = 4$

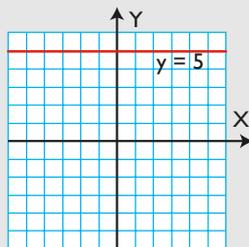
La ecuación es: $y = -\frac{5}{2}x + 4$

31 Representa las siguientes rectas y di cuáles son funciones:

- a) $y = 5$
- b) $y = -4$
- c) $x = 4$
- d) $x = -1$

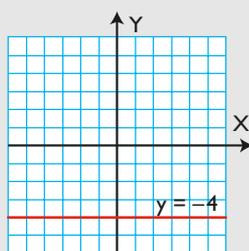
Solución:

a)



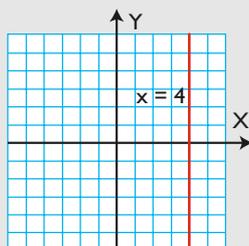
Es una función constante.

b)



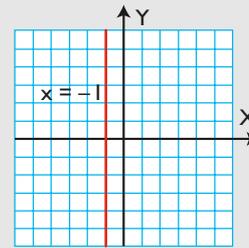
Es una función constante.

c)



No es función.

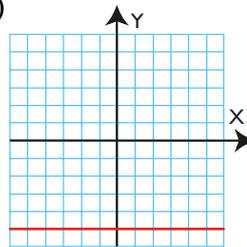
d)



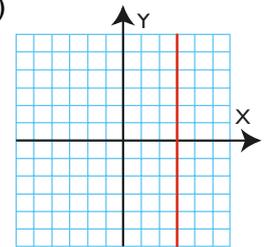
No es función.

32 Halla la ecuación de las siguientes rectas:

a)



b)



Solución:

a) $y = -5$

b) $x = 3$

4. Función de proporcionalidad inversa

33 Indica si la siguiente tabla es de proporcionalidad inversa y, si lo es, calcula la constante de proporcionalidad:

x	1	2	3	4	5
y	30	15	10	7,5	6

Solución:

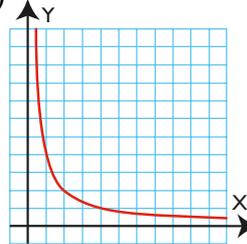
Sí es de proporcionalidad inversa.

La constante es:

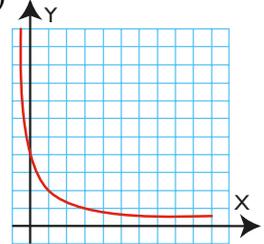
$k = 1 \cdot 30 = 2 \cdot 15 = 3 \cdot 10 = 4 \cdot 7,5 = 5 \cdot 6 = 30$

34 Indica si las siguientes gráficas son de proporcionalidad inversa:

a)



b)

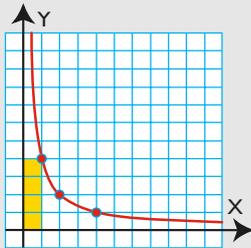


Ejercicios y problemas

Solución:

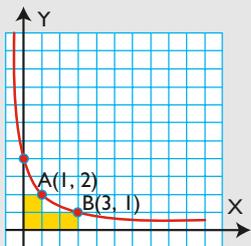
a) Sí es de proporcionalidad inversa.

Es una curva en la que se cumple siempre que el producto que se obtiene al multiplicar un valor cualquiera de la abscisa por el correspondiente valor de la ordenada es la **constante de proporcionalidad inversa, $k = 4$**



b) No es de proporcionalidad inversa.

Se observa que existen dos puntos $A(1, 2)$ y $B(3, 1)$ tales que $1 \cdot 2 = 2 \neq 3 \cdot 1 = 3$



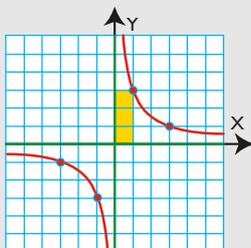
35 Halla la constante de proporcionalidad, estudia el crecimiento y dibuja la gráfica de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{3}{x}$

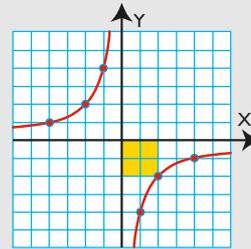
b) $y = -\frac{4}{x}$

Solución:

a) $k = 3 \Rightarrow$ Es decreciente.

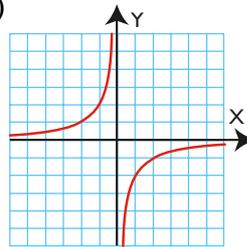


b) $k = -4 \Rightarrow$ Es creciente.

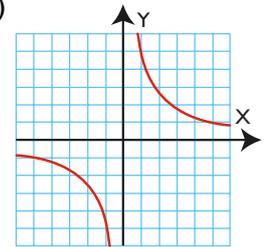


36 Halla las ecuaciones de las hipérbolas siguientes:

a)

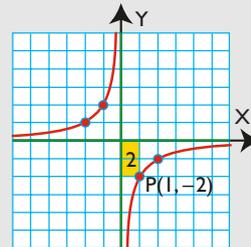


b)



Solución:

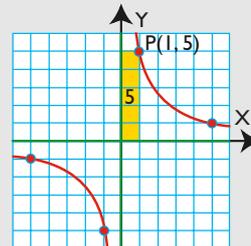
a)



$P(1, -2) \Rightarrow k = 1 \cdot (-2) = -2$

La ecuación es: $y = -\frac{2}{x}$

b)

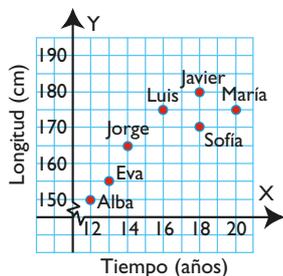


$P(1, 5) \Rightarrow k = 1 \cdot 5 = 5$

La ecuación es: $y = \frac{5}{x}$

Para ampliar

- 37** La gráfica siguiente representa las edades y las estaturas de un grupo de personas:



- ¿Quién es el más joven?
- ¿Quién es el más alto?
- ¿Quién tiene más de 16 años?
- ¿Quién mide más de 170 cm?
- De los que miden 175 cm, ¿quién es mayor?
- De los que tienen 18 años, ¿quién es más alto?

Solución:

- Alba.
- Javier.
- Sofía, Javier y María.
- Luis, María y Javier.
- María.
- Javier.

- 38** Una barra de pan cuesta 0,6 €

- ¿Qué magnitudes se relacionan?
- ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?
- Haz una tabla de valores y calcula la constante de proporcionalidad.
- Escribe la ecuación que da el precio en función del número de barras de pan.

Solución:

- El número de barras de pan y el dinero que cuestan.
- La variable independiente es el número de barras de pan. La variable dependiente es el dinero.
- | Nº de barras | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|
| Dinero (€) | 0,6 | 1,2 | 1,8 | 2,4 |

La constante es: $m = 0,6$
- $y = 0,6x$

- 39** Una moto recorre 60 km a velocidad constante. Dada la siguiente tabla:

Tiempo (h)	1	2	3	4	5
Velocidad (km/h)	60	30	20	15	12

- ¿qué magnitudes se relacionan?
- ¿cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?
- calcula la constante de proporcionalidad.
- escribe la ecuación que da la velocidad en función del tiempo.

Solución:

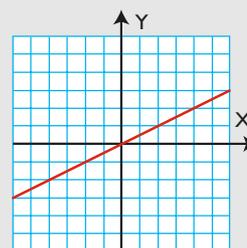
- Tiempo y velocidad.
- La variable independiente es el tiempo. La variable dependiente es la velocidad.
- La constante de proporcionalidad inversa es: $k = 60$
- $v = \frac{60}{t}$

- 40** Dadas las siguientes ecuaciones, indica si corresponden a funciones lineales, afines, constantes o si no son funciones, y representa las rectas correspondientes:

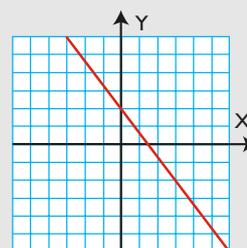
- $y = \frac{1}{2}x$
- $y = -\frac{4}{3}x + 2$
- $x = -4$
- $y = 2$

Solución:

- a) Es una función lineal.

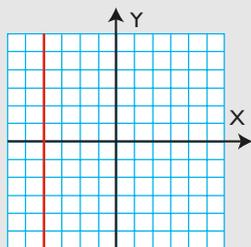


- b) Es una función afín.

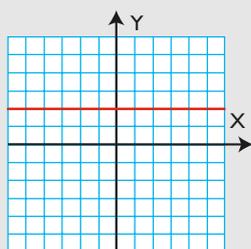


Ejercicios y problemas

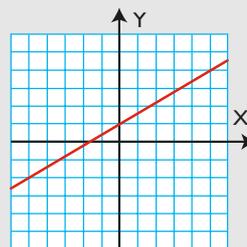
c) No es función.



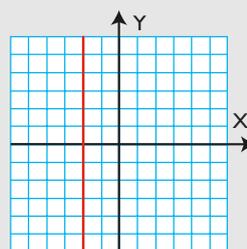
d) Es una función constante.



c) Función afín.



d) No es función.



41 Dadas las siguientes ecuaciones, indica si corresponden a funciones lineales, afines, constantes o si no son funciones, y representa las rectas correspondientes:

a) $y = -\frac{4}{5}x$

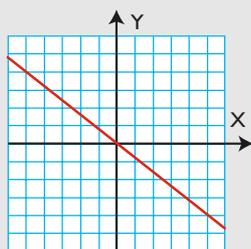
b) $y = 2$

c) $y = \frac{3}{5}x + 1$

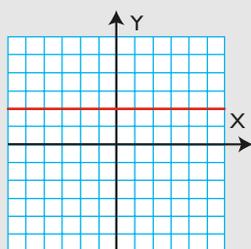
d) $x = -2$

Solución:

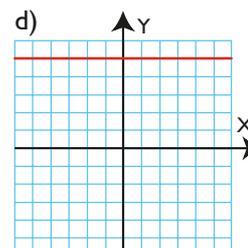
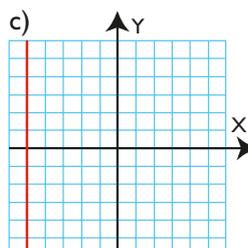
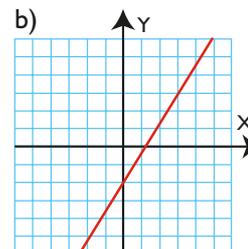
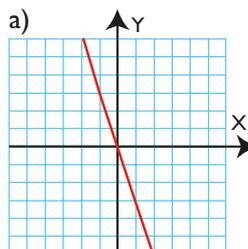
a) Función lineal.



b) Función constante.

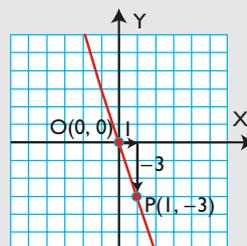


42 Indica cuáles de las siguientes rectas son funciones y halla su ecuación:



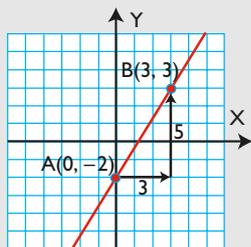
Solución:

a) Función lineal.



$m = -3 \Rightarrow y = -3x$

b) Función afín.



$$m = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - 2$$

c) No es función.

$$x = -5$$

d) Función constante.

$$y = 5$$

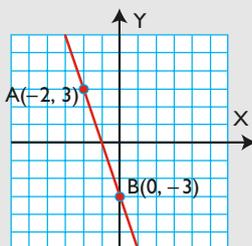
43 Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por los siguientes puntos:

a) $A(-2, 3), B(0, -3)$

b) $A(-3, -5), B(5, 1)$

Solución:

a)



• Se calcula la pendiente:

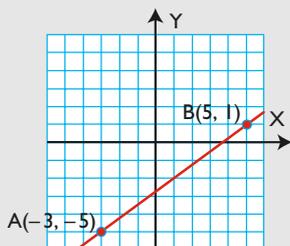
$$m = \frac{-3 - 3}{0 - (-2)} = -\frac{6}{2} = -3$$

• En la fórmula $y = -3x + b$ se sustituyen las coordenadas del punto $A(-2, 3)$

$$y = -3x + b \Rightarrow -3 \cdot (-2) + b = 3 \Rightarrow b = -3$$

$$\text{La recta es: } y = -3x - 3$$

b)



• Se calcula la pendiente:

$$m = \frac{1 - (-5)}{5 - (-3)} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

• En la fórmula $y = 3/4x + b$ se sustituyen las coordenadas del punto $A(-3, -5)$

$$y = \frac{3}{4}x + b \Rightarrow \frac{3}{4} \cdot (-3) + b = -5 \Rightarrow b = -\frac{11}{4}$$

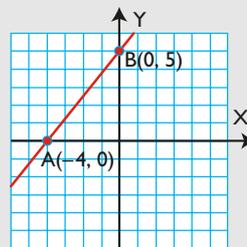
$$\text{La recta es: } y = \frac{3}{4}x - \frac{11}{4}$$

44 Halla las ecuaciones de las rectas que pasan por los siguientes puntos:

a) $A(-4, 0), B(0, 5)$ b) $A(0, 3), B(3, 5)$

Solución:

a)



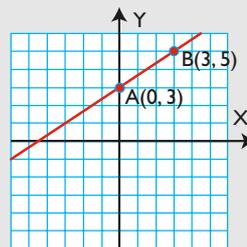
• Se calcula la pendiente: $m = \frac{5 - 0}{0 - (-4)} = \frac{5}{4}$

• En la fórmula $y = 5/4x + b$ se sustituyen las coordenadas del punto $A(-4, 0)$

$$y = \frac{5}{4}x + b \Rightarrow \frac{5}{4} \cdot (-4) + b = 0 \Rightarrow b = 5$$

$$\text{La recta es: } y = \frac{5}{4}x + 5$$

b)



• Se calcula la pendiente: $m = \frac{5 - 3}{3 - 0} = \frac{2}{3}$

• En la fórmula $y = 2/3x + b$ se sustituyen las coordenadas del punto $A(0, 3)$

$$y = \frac{2}{3}x + b \Rightarrow \frac{2}{3} \cdot 0 + b = 3 \Rightarrow b = 3$$

$$\text{La recta es: } y = \frac{2}{3}x + 3$$

Ejercicios y problemas

45 Dadas las siguientes ecuaciones, indica si corresponden a funciones lineales, afines, constantes, de proporcionalidad inversa o no son funciones, y represéntalas:

a) $y = 4x - 3$

b) $y = 4$

c) $y = \frac{1}{3}x$

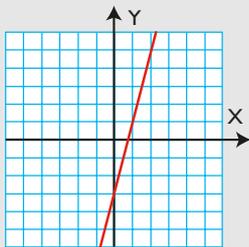
d) $y = \frac{5}{x}$

e) $x = -5$

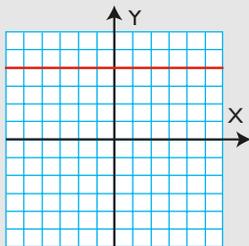
f) $y = -\frac{3}{x}$

Solución:

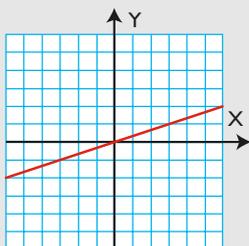
a) Función afín.



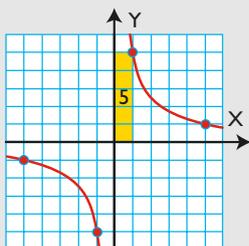
b) Función constante.



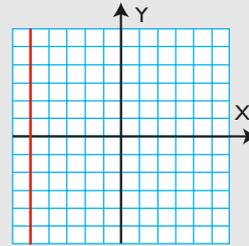
c) Función lineal.



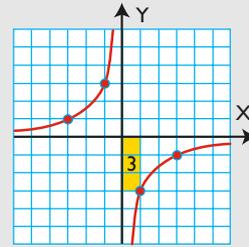
d) Función de proporcionalidad inversa.



e) No es función.



f) Función de proporcionalidad inversa.



46 Dadas las siguientes ecuaciones, indica si corresponden a funciones lineales, afines, constantes, de proporcionalidad inversa o si no son funciones, y represéntalas:

a) $y = \frac{2}{5}x$

b) $x = 2$

c) $y = -\frac{6}{x}$

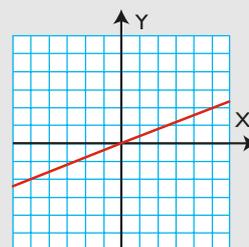
d) $y = -5$

e) $y = -\frac{1}{4}x - 2$

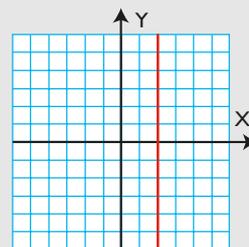
f) $y = \frac{4}{x}$

Solución:

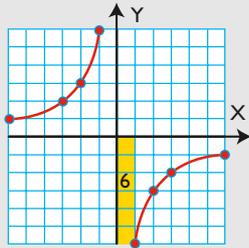
a) Función lineal.



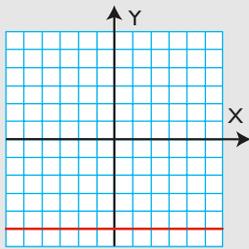
b) No es función.



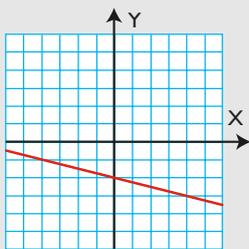
c) Función de proporcionalidad inversa.



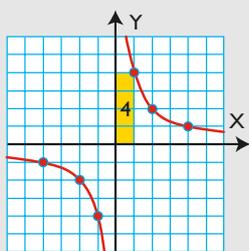
d) Función constante.



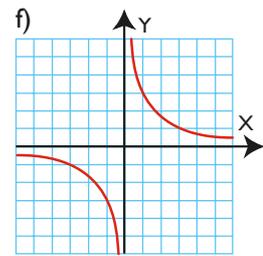
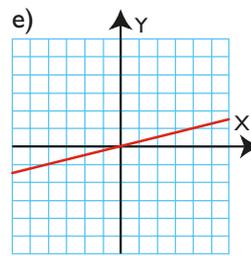
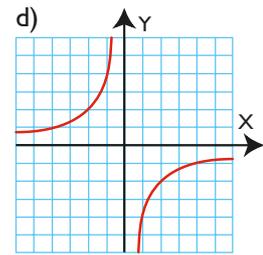
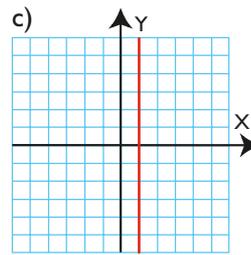
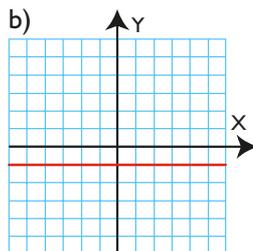
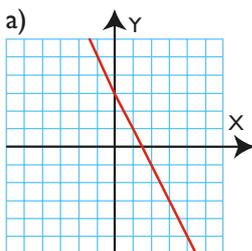
e) Función afín.



f) Función de proporcionalidad inversa.

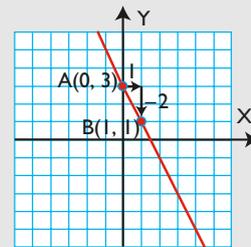


47 Indica en cada una de las siguientes gráficas si corresponden a funciones lineales, afines, constantes, de proporcionalidad inversa o si no son funciones, y halla su ecuación:



Solución:

a) Función afín.

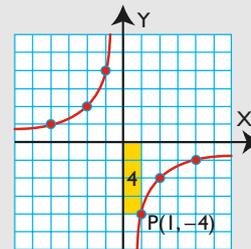


$$m = -2 \Rightarrow y = -2x + 3$$

b) Función constante: $y = -1$

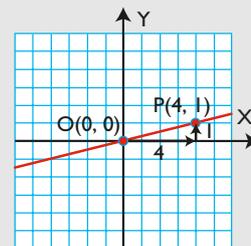
c) No es función: $x = 1$

d) Función de proporcionalidad inversa.



$$P(1, -4) \Rightarrow k = 1 \cdot (-4) = -4 \Rightarrow y = -4/x$$

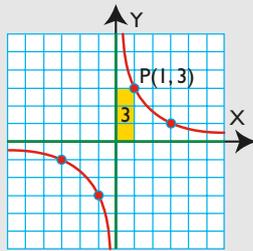
e) Función lineal.



$$m = 1/4 \Rightarrow y = 1/4x$$

Ejercicios y problemas

f) Función de proporcionalidad inversa.



$$P(1, 3) \Rightarrow k = 1 \cdot 3 = 3 \Rightarrow y = 3/x$$

Con calculadora

48 Completa la tabla de valores para la función lineal:

x	1	2	3	4	5
y = 3,5x					

Solución:

x	1	2	3	4	5
y = 3,5x	3,5	7	10,5	14	17,5

49 Completa la tabla de valores para la función lineal:

x	1	2	3	4	5
y = 1,45x					

Solución:

x	1	2	3	4	5
y = 1,45x	1,45	2,9	4,35	5,8	7,25

50 Completa la siguiente tabla de una función lineal:

x	1	2	3	4	5
y		6,4			

Solución:

x	1	2	3	4	5
y = 3,2x	3,2	6,4	9,6	12,8	16

51 Completa la tabla de valores para la función afín:

x	1	2	3	4	5
y = 2,05x + 3,4					

Solución:

x	1	2	3	4	5
y = 2,05x + 3,4	5,45	7,5	9,55	11,6	13,65

52 Completa la tabla de valores para la función afín:

x	1	2	3	4	5
y = -2,3x + 2,1					

Solución:

x	1	2	3	4	5
y = -2,3x + 2,1	-0,2	-2,5	-4,8	-7,1	-9,4

53 Completa la siguiente tabla de una función afín:

x	0	1	2	3	4	5
y	1,5	4,2				

Solución:

$$b = 1,5$$

$$m = 4,2 - 1,5 = 2,7$$

x	0	1	2	3	4	5
y = 2,7x + 1,5	1,5	4,2	6,9	9,6	12,3	15

54 El alquiler de un coche cuesta 19,76 € al día, más 0,42 € por kilómetro. Haz una tabla de valores que relacione el precio que se paga en función del número de kilómetros realizados en un día.

Solución:

Nº de km	Dinero (€) $y = 0,42x + 19,76$
0	19,76
1	20,18
2	20,60
3	21,02

Problemas

- 55** Un CD-ROM virgen cuesta 0,50 €. Haz una tabla de valores y escribe la ecuación que da el precio en función del número de CD-ROM vírgenes. Representa la función y halla la pendiente.

Solución:

Nº de CD	1	2	3	4	...
Dinero (€)	0,5	1	1,5	2	...

La ecuación es: $y = 0,5x$

La pendiente es la constante de proporcionalidad:
 $m = 0,5$

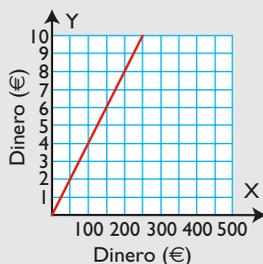


- 56** El IVA de los libros es el 4%. Escribe la fórmula que da el IVA en función del precio. Representala y calcula la pendiente.

Solución:

$$y = 0,04x$$

La pendiente es $m = 0,04$



- 57** Un coche consume 7 litros de gasolina cada 100 km. Expresa el consumo de gasolina del coche en función del número de kilómetros recorridos. ¿Cuánto gastará en 540 km?

Solución:

$$y = 0,07x$$

Si ha recorrido 540 km, el consumo será:

$$y = 0,07 \cdot 540 = 37,8 \text{ litros.}$$

- 58** En una tienda pagamos 22,5 € por 3 kg de café.

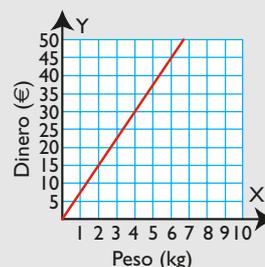
- Escribe la ecuación que da el dinero que se paga en función del peso de café comprado.
- Dibuja la gráfica.

Solución:

$$a) m = 22,5 : 3 = 7,5$$

$$y = 7,5x$$

b)



- 59** Se quiere llenar un termo de 120 litros con el agua de un grifo.

- Haz una tabla de valores que exprese la cantidad de litros/minuto de agua que debe arrojar el grifo en función del tiempo que tarda en llenarse el termo.
- ¿Qué tipo de función es? Halla la constante de proporcionalidad.
- Escribe la ecuación de la función.
- Haz su representación gráfica.

Solución:

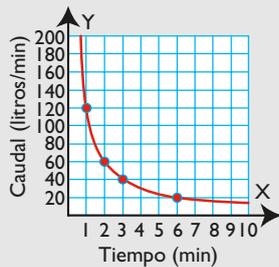
a)	Tiempo (min)	Caudal (litros/min)
	1	120
	2	60
	3	40
	4	30
	5	24
	6	20

- b) Es una función de proporcionalidad inversa.
La constante es $k = 120$

$$c) y = \frac{120}{x}$$

Ejercicios y problemas

d)



60 El coste de una máquina que pone etiquetas en botes de conserva es de 5 € desde que se conecta, y después, de 3 € por cada hora.

- Expresa el coste de la máquina en función del tiempo.
- Si se han gastado 296 €, ¿cuánto tiempo ha estado funcionando la máquina?

Solución:

a) $y = 3x + 5$

donde x es el número de horas, e y , el coste en €

b) $296 = 3x + 5$

$3x = 291$

$x = 97$ horas.

61 Un metro de papel cuesta 2 €

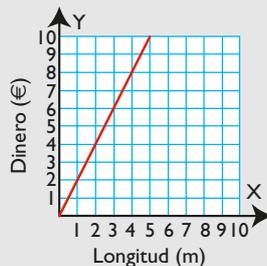
- Haz una tabla de valores que dé el precio para distintas cantidades de metros de papel.
- Escribe la ecuación de la función correspondiente.
- Representa la función.

Solución:

a)	Longitud (m)	1	2	3	4	5	6	...
	Dinero (€)	2	4	6	8	10	12	...

b) $y = 2x$

c)



62 Cinco obreros realizan una obra en 6 días.

- Haz una tabla de valores que exprese el número de días que tardan en hacer la obra, en función del número de obreros que trabajan.
- ¿Qué tipo de función es? Halla la constante de proporcionalidad.
- Escribe la ecuación de la función.
- Haz su representación gráfica.

Solución:

a)	Nº de obreros	1	2	3	4	5	6	...
	Tiempo (días)	30	15	10	7,5	6	5	...

- Es una función de proporcionalidad inversa. La constante es $k = 30$

c) $y = \frac{30}{x}$

d)



63 En una tienda descuentan el 20% en todos los productos por fin de temporada. Escribe la ecuación que da la cantidad que se paga, en función del precio, una vez hecho el descuento. Di qué tipo de función es y represéntala.

Solución:

$y = 0,8x$

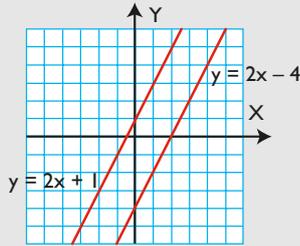
Es una función lineal.



64 En un bidón que pesa vacío 3 kg se pone agua destilada que pesa 1 kg por litro. Expresa la ecuación que da el peso total del bidón, en función de la cantidad de litros de agua que se ponen en él. Di qué tipo de función es y haz su representación gráfica.

Ejercicios y problemas

Solución:



Son paralelas.

Tienen la misma pendiente: $m = 2$

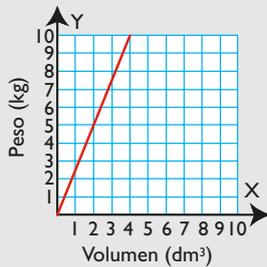
Las rectas que tienen la misma pendiente son paralelas.

- 72** Sabemos que 5 dm^3 de granito pesan $12,5 \text{ kg}$.
 Expresa la ecuación de la función que da el peso, en función de la cantidad de decímetros cúbicos.
 Haz la gráfica correspondiente y calcula cuántos decímetros cúbicos ocuparán 30 kg

Solución:

$$m = \frac{12,5}{5} = 2,5$$

$$y = 2,5x$$



Para $x = 30 \Rightarrow y = 2,5 \cdot 30 = 75 \text{ kg}$

- 73** En una empresa se ha subido el salario un 3% más un complemento fijo de 30 € para todos los empleados.

a) Completa la tabla siguiente:

Salario antiguo	500	1 000	1 500	2 000
Salario nuevo				

b) Escribe la fórmula que da el salario nuevo, en función del antiguo.

c) ¿Qué salario ganará un empleado que cobraba $1 200 \text{ €}$ antes de la subida?

Solución:

a)

Salario antiguo	500	1 000	1 500	2 000
Salario nuevo	545	1 060	1 575	2 090

b) $y = 1,03x + 30$

c) $y = 1,03 \cdot 1 200 + 30 = 1 266 \text{ €}$

Aplica tus competencias

- 74** Una empresa A, de reparaciones a domicilio, cobra 20 € por desplazamiento y 10 € por cada hora de trabajo. Otra empresa B cobra 10 € por desplazamiento y 15 € por cada hora. Halla la ecuación de cada una de ellas y represéntalas. Si se tienen que contratar los servicios de una empresa, ¿cuál interesa más?

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Comprueba lo que sabes

- 1** Escribe lo que sepas de la ecuación de una función lineal o de proporcionalidad directa y pon un ejemplo.

Solución:

La **ecuación de una función de proporcionalidad directa** es:

$$y = mx \text{ con } m \neq 0$$

donde **m** es la **pendiente** de la recta que coincide con la **constante de proporcionalidad directa**.

Constante de proporcionalidad = pendiente = m

Si la **pendiente es positiva** ($m > 0$), la recta **es creciente**.

Si la **pendiente es negativa** ($m < 0$), la recta **es decreciente**.

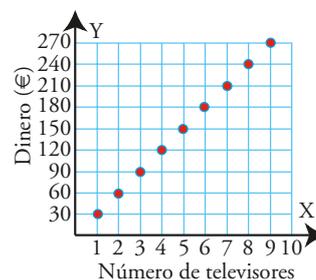
Ejemplo

$$y = 2x$$

La pendiente es $m = 2$ y la función es creciente.

- 2** Dada la gráfica adjunta:

- ¿qué magnitudes se relacionan?
- ¿cuál es la variable independiente? ¿Es discreta o continua?
- ¿cuál es la variable dependiente?



Solución:

- Se relacionan el número de televisores y el dinero.
- La variable independiente es el número de televisores. Es discreta.
- La variable dependiente es el dinero.

Comprueba lo que sabes

3 Representa gráficamente las siguientes ecuaciones. Di cuáles son funciones y clasifícalas.

a) $y = \frac{2}{x}$

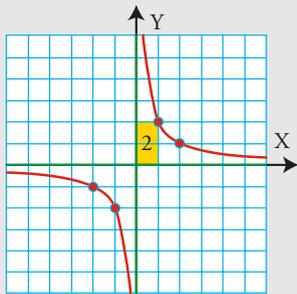
b) $y = \frac{2}{3}x$

c) $x = 4$

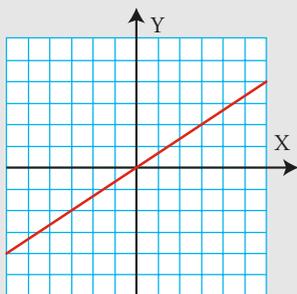
d) $y = -2x + 3$

Solución:

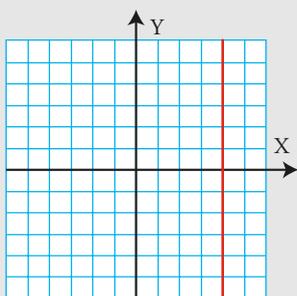
a) Función de proporcionalidad inversa.



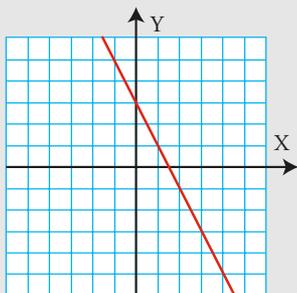
b) Función lineal.



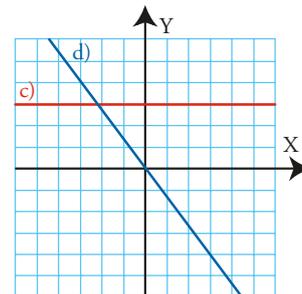
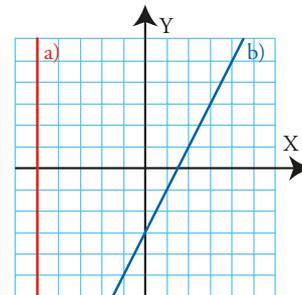
c) No es función.



d) Función afín.



4 Halla las ecuaciones de las rectas a), b), c) y d) del margen. Di cuáles son funciones y clasifícalas.



Solución:

a) $x = -5$

No es función.

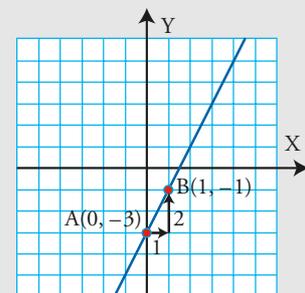
b)

$b = -3$

$m = 2$

$y = 2x - 3$

Es una función afín.



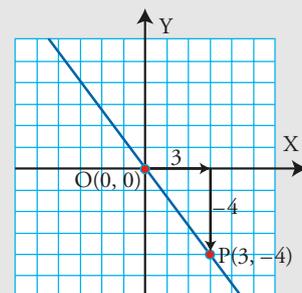
c) $y = 3$

Es una función constante.

d)

$m = -\frac{4}{3} \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x$

Es una función lineal.

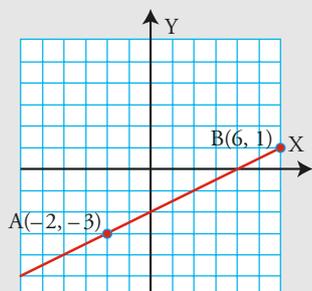


5 Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos:

$A(-2, -3)$ y $B(6, 1)$

Solución:

a)



Se calcula la pendiente:

$$m = \frac{1 - (-3)}{6 - (-2)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

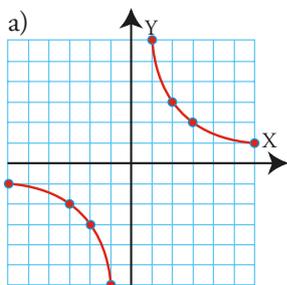
b) En la fórmula $y = 1/2x + b$ se sustituyen las coordenadas del punto $B(6, 1)$

$$y = \frac{1}{2}x + b \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 6 + b = 1 \Rightarrow b = -2$$

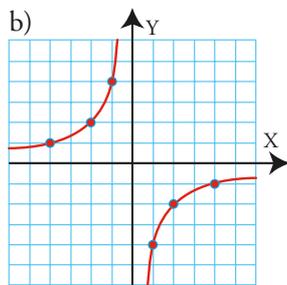
La recta es: $y = \frac{1}{2}x - 2$

6 Halla la ecuación de las siguientes hipérbolas:

a)

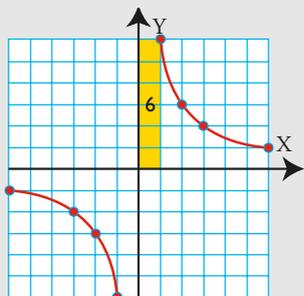


b)



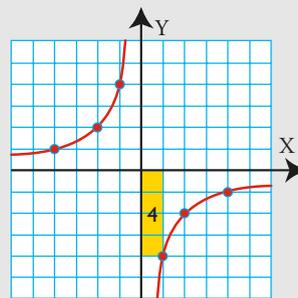
Solución:

a)



$$k = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{x}$$

b)



$$k = -4 \Rightarrow y = -\frac{4}{x}$$

7 El alquiler de un coche cuesta 20 € al día, más 0,5 € por kilómetro recorrido. Halla la ecuación que calcula lo que se cobra diariamente por el alquiler del coche, en función de los kilómetros recorridos. ¿Qué tipo de función es?

Solución:

$$y = 0,5x + 20$$

Es una función afín.

8 Dado un rectángulo de 24 m² de área, expresa la ecuación que da la longitud de la altura, en función de la longitud de la base. ¿Qué tipo de función es?

Solución:

$$y = \frac{24}{x}$$

Es una función de proporcionalidad inversa.

Paso a paso

75 Representa la función:

$$y = -3x + 2$$

Clasifícala, halla la pendiente, estudia el crecimiento y halla la ordenada en el origen.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

76 Representa la función:

$$y = \frac{6}{x}$$

Calcula el valor de **k** y estudia el crecimiento.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

Plantea el siguiente problema y resuélvelo con ayuda de GeoGebra o DERIVE:

77 Halla la ecuación de la función que expresa el coste de las peras si un kilo cuesta 1,5 €, y represéntala gráficamente. ¿Qué tipo de función es? Halla la pendiente.

Solución:

Resuelto en el libro del alumnado.

78 **Internet.** Abre: www.editorial-bruno.es y elige **Matemáticas, curso y tema.**

Practica

79 Representa gráficamente las siguientes ecuaciones. Di cuáles son funciones y clasifícalas. Halla la pendiente de las funciones lineales y afines y estudia su crecimiento:

a) $y = \frac{4}{5}x$

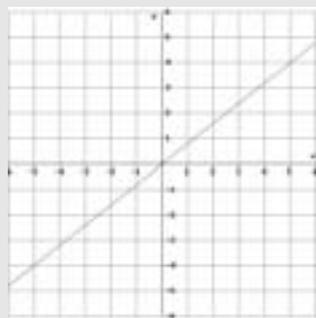
b) $y = 3$

c) $x = -2$

d) $y = -\frac{2}{3}x + 2$

Solución:

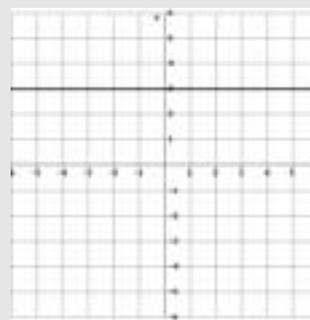
a)



Es una función lineal.

La pendiente $m = 4/5 > 0$, es creciente.

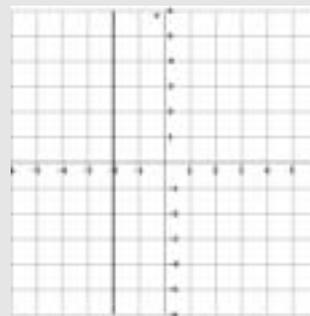
b)



Es una función constante.

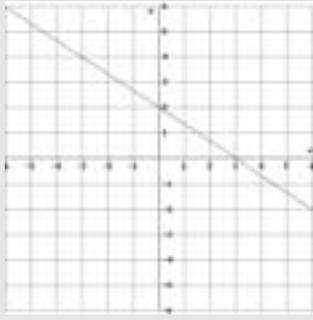
Pendiente: $m = 0$

c)



No es función.

d)



Es una función afín.

Pendiente: $m = -2/3 < 0$, es decreciente.

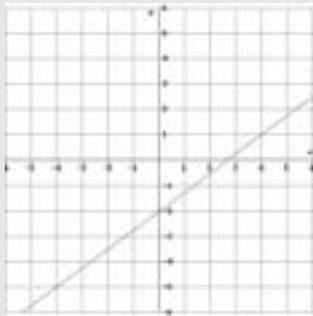
80 Dibuja la gráfica de las funciones afines siguientes y halla en cada una de ellas la pendiente y la ordenada en el origen. ¿Cuál es creciente y cuál decreciente?

a) $y = \frac{3}{4}x - 2$

b) $y = -\frac{x}{3} + 1$

Solución:

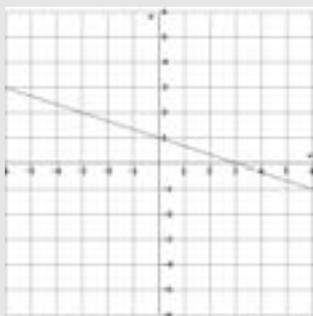
a)



Pendiente: $m = 3/4 > 0$, es creciente.

Ordenada en el origen: $b = -2$

b)



Pendiente: $m = -1/3 < 0$, es decreciente.

Ordenada en el origen: $b = 1$

81 Representa gráficamente las siguientes funciones:

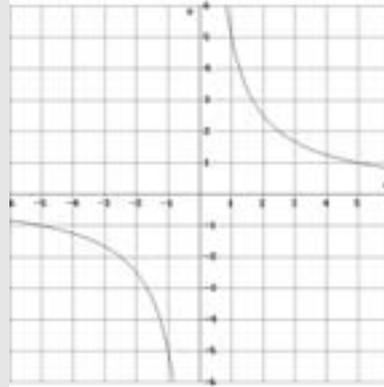
a) $y = \frac{5}{x}$

b) $y = -\frac{4}{x}$

Calcula el valor de k y estudia el crecimiento.

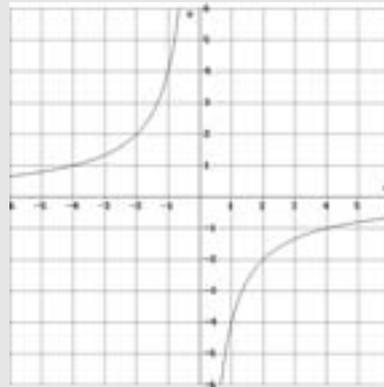
Solución:

a)



$k = 5 > 0$, es decreciente.

b)



$k = -4 < 0$, es creciente.

82 Representa las siguientes funciones y di cuáles son de proporcionalidad. De estas últimas, halla la constante de proporcionalidad y di si son de proporcionalidad directa o inversa.

a) $y = -2x + 3$

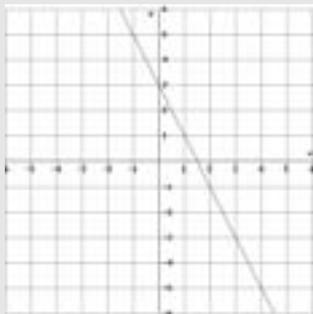
b) $y = -\frac{2}{x}$

c) $y = \frac{x}{4}$

d) $y = 5$

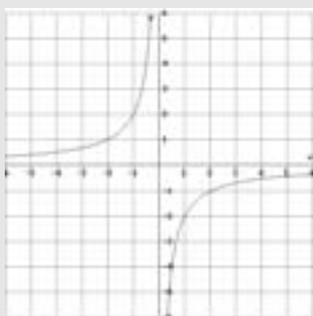
Solución:

a)



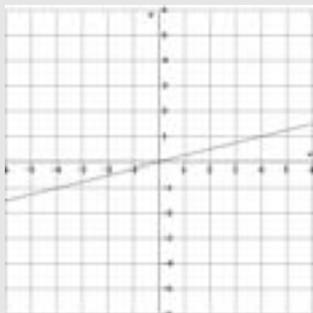
No es de proporcionalidad.
Es una función afín.

b)



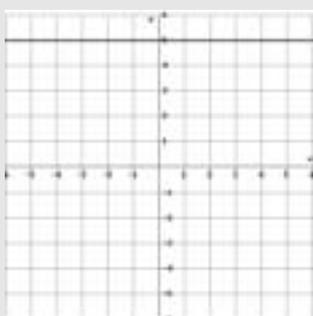
Es de proporcionalidad inversa.
La constante es $k = -2$

c)



Es de proporcionalidad directa.
La constante es $m = 1/4$

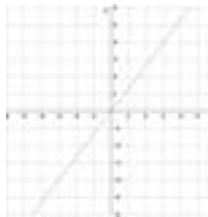
d)



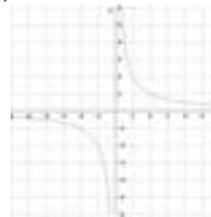
No es de proporcionalidad.
Es una función constante.

83 Identifica las siguientes funciones y halla mediante ensayo-acierto su fórmula:

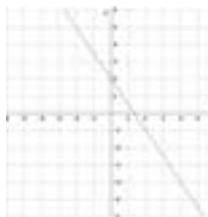
a)



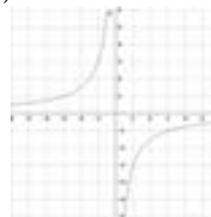
b)



c)



d)



Solución:

a) Función lineal: $y = 4x/3$

b) Función de proporcionalidad inversa: $y = 2/x$

c) Función afín: $y = -3x/2 + 2$

d) Función de proporcionalidad inversa: $y = -3/x$

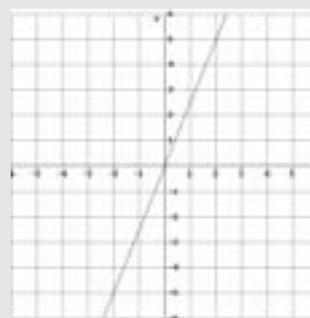
Plantea los siguientes problemas y resuélvelos con ayuda de GeoGebra o DERIVE:

84 Halla la ecuación de la función que expresa el coste del aceite si un litro cuesta 2,5 €. Representala gráficamente.

¿Qué tipo de función es? Halla la pendiente.

Solución:

$$y = 2,5x$$

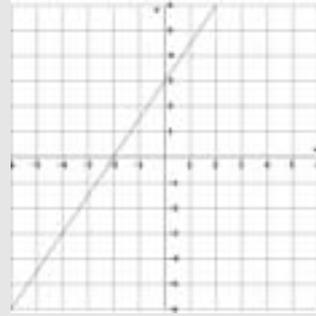


Es función de proporcionalidad directa.
Pendiente: $m = 2,5$

- 85** Halla la ecuación de la función que expresa el dinero que cobra diariamente un repartidor, en función del número de pedidos que reparte, si cobra 3 € por día y 1,5 € por cada pedido. Representala gráficamente.
¿Qué tipo de función es?
Halla la pendiente y la ordenada en el origen.

Solución:

$$y = 1,5x + 3$$



Es función afín.

Pendiente: $m = 1,5$

Ordenada en el origen: $b = 3$

Bloque 3: Funciones

- 1** b
- 2** b
- 3** a
- 4** d
- 5** a
- 6** b
- 7** c
- 8** a
- 9** c

Ejercicios

10 Crecer

- a) 168,3 cm
- b) Cualquier respuesta que lo justifique; por ejemplo: a partir de los 12 años la curva crece más lentamente.
La tasa media entre los 10 y 12 años es aproximadamente 7,5 cm/año, y la tasa media entre los 12 y 20 años, es de 2 cm/año
- c) De 11 a 13 años.

11 El mejor coche

- a) Puntuación total = 15 puntos
- b) Cualquier combinación válida que haga Ca ganador; por ejemplo: $2S + C + D + 3H$