

Página 60

PRACTICA

1 Calcula mentalmente:

- a) 25% de 400 b) 125% de 400 c) 25% de 80
 d) 125% de 80 e) 75% de 400 f) 175% de 600
 g) 20% de 2 000 h) 120% de 2 000
 a) 100 b) 500 c) 20 d) 100 e) 300 f) 1 050 g) 400 h) 2 400

2 Halla:

- a) 30% de 1 670 b) 12% de 3 075 c) 43% de 4 600
 d) 16% de 25 e) 115% de 1 640 f) 165% de 7 800
 g) 0,3% de 5 000 h) 1,2% de 2 000

- a) 30% de 1 670 = $1\,670 \cdot 0,3 = 501$
 b) 12% de 3 075 = $3\,075 \cdot 0,12 = 369$
 c) 43% de 4 600 = $4\,600 \cdot 0,43 = 1\,978$
 d) 16% de 25 = $25 \cdot 0,16 = 4$
 e) 115% de 1 640 = $1\,640 \cdot 1,15 = 1\,886$
 f) 165% de 7 800 = $7\,800 \cdot 1,65 = 12\,870$
 g) 0,3% de 5 000 = $5\,000 \cdot 0,003 = 15$
 h) 1,2% de 2 000 = $2\,000 \cdot 0,012 = 24$

3 Completa la tabla que hace corresponder cada porcentaje con un número decimal:

30%	61%		120%	180%	240%	
0,30		0,03		1,80		2,70

30%	61%	3%	120%	180%	240%	270%
0,30	0,61	0,03	1,20	1,80	2,40	2,70

4 Completa la tabla como en el ejemplo:

TOTAL	400	640	850		1 280
%	15%	35%		12%	
PARTE	60		136	87	64

TOTAL	400	640	850	725	1 280
%	15%	35%	16%	12%	5%
PARTE	60	224	136	87	64

5 Calcula x en cada proporción:

$$\text{a) } \frac{20}{30} = \frac{440}{x}$$

$$\text{b) } \frac{72}{135} = \frac{x}{45}$$

$$\text{c) } \frac{12}{x} = \frac{14}{63}$$

$$\text{d) } \frac{x}{17} = \frac{143}{187}$$

$$\text{a) } \frac{20}{30} = \frac{400}{x} \rightarrow x = \frac{30 \cdot 440}{20} = 660$$

$$\text{b) } \frac{72}{135} = \frac{x}{45} \rightarrow x = \frac{45 \cdot 72}{135} = 24$$

$$\text{c) } \frac{12}{x} = \frac{14}{63} \rightarrow x = \frac{12 \cdot 63}{14} = 54$$

$$\text{d) } \frac{x}{17} = \frac{143}{187} \rightarrow x = \frac{17 \cdot 143}{187} = 13$$

6 Completa la tabla sabiendo que las magnitudes A y B son directamente proporcionales.

A	1	5	10	15	45	83
B			24			

A	1	5	10	15	45	83
B	2,4	12	24	36	108	199,2

7 Completa la tabla sabiendo que las magnitudes M y N son inversamente proporcionales.

M	1	2	3	4	6	9
N				18		

M	1	2	3	4	6	9
N	72	36	24	18	12	8

PIENSA Y RESUELVE

Proporcionalidad directa e inversa

8 El dueño de un papelería ha abonado una factura de 670 € por un pedido de 25 cajas de folios. ¿A cuánto ascenderá la factura de un segundo pedido de 17 cajas? ¿Cuántas cajas recibirá en un tercer pedido que genera una factura de 938 €?

$$\left. \begin{array}{l} 25 \text{ cajas} \longrightarrow 670 \text{ €} \\ 17 \text{ cajas} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Directamente proporcionales:} \\ x = \frac{17 \cdot 670}{25} = 455,6 \text{ € costarán 17 cajas} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} 670 \text{ €} \longrightarrow 25 \text{ cajas} \\ 938 \longrightarrow y \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Directamente proporcionales:} \\ y = \frac{938 \cdot 25}{670} = 35 \text{ cajas recibirá en el tercer pedido} \end{array}$$

Otra forma:

$$670 : 25 = 26,8 \text{ € cuesta 1 caja.}$$

$$26,8 \cdot 17 = 455,6 \text{ € costarán 17 cajas.}$$

$$938 : 26,8 = 35 \text{ cajas recibirá en el tercer pedido.}$$

- 9** Cinco carpinteros necesita 21 días para entarimar un suelo. ¿Cuántos carpinteros serán necesarios si se desea hacer el trabajo en 15 días?

$$\left. \begin{array}{l} 21 \text{ días} \longrightarrow 5 \text{ carpinteros} \\ 15 \text{ días} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Inversamente proporcionales:} \\ x = \frac{21 \cdot 5}{15} = 7 \text{ carpinteros} \end{array}$$

Otra forma:

$$21 \cdot 5 = 105 \text{ carpinteros serían necesarios para tardar 1 día.}$$

$$105 : 15 = 7 \text{ carpinteros serían necesarios para tardar 15 días.}$$

- 10** Los vecinos de una urbanización abonan 390 € mensuales por las 130 farolas que alumbran sus calles. ¿Cuántas farolas han de suprimir si desean reducir la factura mensual a 240 €?

$$\left. \begin{array}{l} 390 \text{ €} \longrightarrow 130 \text{ farolas} \\ 240 \text{ €} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Directamente proporcionales:} \\ x = \frac{240 \cdot 130}{390} = 80 \text{ farolas quedarán} \end{array}$$

$$130 - 80 = 50 \text{ farolas han de suprimir.}$$

Otra forma:

$$390 : 130 = 3 \text{ € pagan por cada farola.}$$

$$240 : 3 = 80 \text{ farolas quedarán.}$$

$$130 - 80 = 50 \text{ farolas han de suprimir.}$$

- 11** Un campamento de refugiados que alberga a 4 600 personas tiene víveres para 24 semanas. ¿En cuánto se reducirá ese tiempo con la llegada de 200 nuevos refugiados?

$$4\,600 + 200 = 4\,800 \text{ refugiados habrá con los nuevos.}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4\,600 \text{ personas} \longrightarrow 24 \text{ semanas} \\ 4\,800 \text{ personas} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Inversamente proporcionales:} \\ x = \frac{4\,600 \cdot 24}{4\,800} = 23 \text{ semanas durarán} \\ \text{los víveres} \end{array}$$

Se reducirá en 1 semana.

Otra forma:

$$4\,600 \cdot 24 = 110\,400 \text{ semanas durarían los víveres para 1 persona.}$$

$$110\,400 : 4\,800 = 23 \text{ semanas durarán los víveres para 4\,800 refugiados.}$$

$$24 - 23 = 1 \text{ semana se reducirá el tiempo.}$$

- 12** Una finca tiene una valla antigua sostenida por 650 postes que están colocados a intervalos de 1,20 m. ¿Cuántos postes se necesitarán para la nueva valla en la que los postes se colocarán a intervalos de 1,30 m?

$$\left. \begin{array}{l} 1,20 \text{ m} \longrightarrow 650 \text{ postes} \\ 1,30 \text{ m} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Inversamente proporcionales:} \\ x = \frac{1,20 \cdot 650}{1,30} = 600 \text{ postes} \end{array}$$

Otra forma:

$1,20 \cdot 650 = 780$ postes necesitaríamos con 1 m de distancia entre ellos.

$780 : 1,30 = 600$ postes se necesitarán con 1,30 m de distancia entre ellos.

- 13** Un manantial tarda cinco horas y veinte minutos en llenar un pilón de 7 800 litros. ¿Cuántos litros aporta el manantial a la semana?

5 h 20 min = 320 minutos; 1 semana = $7 \cdot 24 \cdot 60 = 10\,080$ minutos.

$$\left. \begin{array}{l} 320 \text{ min} \longrightarrow 7\,800 \text{ litros} \\ 10\,080 \text{ min} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Directamente proporcionales:} \\ x = \frac{10\,080 \cdot 7\,800}{320} = 245\,700 \text{ litros en una} \\ \text{semana} \end{array}$$

Otra forma:

$7\,800 : 320 = 24,375$ litros aporta en 1 minuto.

$10\,080 \cdot 24,375 = 245\,700$ litros aporta en una semana.

- 14** Un peregrino del Camino de Santiago ha invertido 5 días y 2 horas en cubrir una distancia de 128 kilómetros. Sabiendo que en cada jornada camina durante seis horas, ¿qué distancia recorre al día?

5 días \cdot 6 horas/día = 30 horas

30 horas + 2 horas = 32 horas ha tardado en recorrer 128 km.

$128 : 32 = 4$ km recorre en 1 hora.

$4 \cdot 6 = 24$ km recorre al día.

Otra forma:

$$\left. \begin{array}{l} 32 \text{ horas} \longrightarrow 128 \text{ km} \\ 6 \text{ horas} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Directamente proporcionales:} \\ x = \frac{6 \cdot 128}{32} = 24 \text{ km recorre al día.} \end{array}$$

- 15** Una locomotora, a 85 km/h, tarda tres horas y dieciocho minutos en realizar el viaje de ida entre dos ciudades. ¿Cuánto tardará en el viaje de vuelta si aumenta su velocidad a 110 km/h?

3 horas 18 minutos = 198 minutos

$$\left. \begin{array}{l} 85 \text{ km/h} \longrightarrow 198 \text{ min} \\ 110 \text{ km/h} \longrightarrow x \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Inversamente proporcionales:} \\ x = \frac{85 \cdot 198}{110} = 153 \text{ min} = 2 \text{ horas } 33 \text{ min} \end{array}$$

Otra forma:

$$3 \text{ horas } 18 \text{ min} = 3,3 \text{ horas}$$

$$85 \text{ km/h} \cdot 3,3 \text{ h} = 280,5 \text{ km recorre en total.}$$

$$280,5 : 110 = 2,55 \text{ horas tarda en la vuelta} = 2 \text{ horas } 33 \text{ minutos.}$$

Proporcionalidad

- 16** Cuatro mineros abren una galería de 15 metros de longitud en 9 días. ¿Cuántos metros de galería abrirán 6 mineros en 15 días?

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

Nº DE MINEROS	Nº DE DÍAS	LONGITUD (m)
4	9	15
1	1	$\frac{15}{4 \cdot 9} = \frac{5}{12}$
6	15	$\frac{5}{12} \cdot 6 \cdot 15 = 37,5$

Abrirán 37,5 metros

Otra forma:

$$15 : 4 = 3,75 \text{ m abrirá 1 minero en 9 días.}$$

$$3,75 : 9 = \frac{5}{12} \text{ m abrirá 1 minero en 1 día.}$$

$$\frac{5}{12} \cdot 6 = 2,5 \text{ m abrirán 6 mineros en 1 día.}$$

$$2,5 \cdot 15 = 37,5 \text{ m abrirán 6 mineros en 15 días.}$$

Página 61

- 17** Cinco obreros, trabajando 6 horas diarias, han necesitado 12 días para levantar un muro. ¿Cuántos obreros necesitamos para construir ese muro en 9 días, trabajando jornadas de 10 horas?

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Nº DE HORAS DIARIAS	Nº DE DÍAS	Nº DE OBREROS
6	12	5
1	1	$5 \cdot 6 \cdot 12 = 360$
10	9	$\frac{360}{10 \cdot 9} = 4$

Habrían sido necesarios 4 obreros.

Otra forma:

$5 \cdot 12 = 60$ días tardaría 1 obrero trabajando 6 horas diarias.

$60 \cdot 6 = 360$ horas tardaría 1 obrero en hacer todo el trabajo.

$360 : 10 = 36$ días tardaría 1 obrero trabajando 10 horas diarias.

$36 : 9 = 4$ obreros serían necesarios para acabar en 9 días a 10 horas diarias.

- 18** En una cadena de montaje, 17 operarios, trabajando 8 horas al día, ensamblan 850 aparatos de radio a la semana. ¿Cuántas horas diarias deben trabajar la próxima semana, para atender un pedido de 1 000 aparatos, teniendo en cuenta que se añadirá un refuerzo de tres trabajadores?

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Nº DE OPERARIOS	Nº DE APARATOS	Nº DE HORAS DIARIAS
17	850	8
1	1	$\frac{8 \cdot 17}{850} = 0,16$
20	1 000	$\frac{0,16 \cdot 1 000}{20} = 8$

Deberán trabajar 8 horas diarias.

Otra forma:

$8 \cdot 17 = 136$ horas necesitaría 1 operario para ensamblar 850 aparatos.

$136 : 850 = 0,16$ horas necesitaría 1 operario para ensamblar 1 aparato.

$0,16 \cdot 1 000 = 160$ horas necesitaría 1 operario para ensamblar 1 000 aparatos.

$160 : 20 = 8$ horas diarias deben trabajar 20 operarios para ensamblar 1 000 aparatos.

- 19** En un campo de 200 m de largo y 80 m de anchura, se ha recogido una cosecha de 4 800 kg de trigo. ¿Qué cosecha podemos esperar de otro campo que mide 190 m de largo y 90 m de ancho?

PROPORCIONALIDAD DIRECTA

LONGITUD (m)	ANCHURA (m)	COSECHA (kg)
200	80	4 800
1	1	$\frac{4 800}{200 \cdot 80} = 0,3$
190	90	$0,3 \cdot 190 \cdot 90 = 5 130$

Se puede esperar una cosecha de 5 130 kg de trigo.

Otra forma:

$4\ 800 : 200 = 24$ kg se esperan en un campo de 1 m de largo y 80 m de ancho.

$24 : 80 = 0,3$ kg se esperan en un campo de 1 m de largo y 1 m de ancho.

$0,3 \cdot 190 = 57$ kg se esperan en un campo de 190 m de largo y 1 m de ancho.

$57 \cdot 90 = 5\ 130$ kg se esperan en un campo de 190 m de largo y 90 m de ancho.

Repartos proporcionales

- 20** Dos albañiles cobran 340 € por un trabajo realizado conjuntamente. Si el primero trabajó tres jornadas y media y el segundo cinco jornadas, ¿cuánto cobrará cada uno?

$340 \text{ €} : 8,5 \text{ jornadas} = 40 \text{ €}$ cobrará por 1 jornada.

1^{er} albañil $\rightarrow 3,5 \text{ jornadas} \rightarrow 3,5 \cdot 40 = 140 \text{ €}$ cobrará

2^o albañil $\rightarrow 5 \text{ jornadas} \rightarrow 5 \cdot 40 = 200 \text{ €}$ cobrará

- 21** Tres hermanos se reparten una herencia de 2 820 € de forma que por cada cinco euros que reciba el mayor, el mediano recibirá cuatro, y el pequeño, tres. ¿Qué cantidad se lleva cada uno?

Mayor $\rightarrow 5x \rightarrow 5 \cdot 235 = 1\ 175 \text{ €}$ se llevará.

Mediano $\rightarrow 4x \rightarrow 4 \cdot 235 = 940 \text{ €}$ se llevará.

Pequeño $\rightarrow 3x \rightarrow 3 \cdot 235 = 705 \text{ €}$ se llevará.

Total = $12x = 2\ 820 \text{ €} \rightarrow x = 2\ 820 : 12 = 235$

- 22** Se han abonado 6 888 € por la limpieza de un bosque realizada por dos brigadas de trabajadores. La primera brigada está formada por 12 operarios y ha trabajado durante 8 días. La segunda brigada tiene 15 hombres y ha trabajado 10 días. ¿Cuánto corresponde a cada brigada?

1^a brigada $\rightarrow 12 \cdot 8 = 96$ días deben pagar a la 1^a brigada.

2^a brigada $\rightarrow 15 \cdot 10 = 150$ días deben pagar a la 2^a brigada.

Suma = 246 días

$\frac{6\ 888 \cdot 96}{246} = 2\ 688 \text{ €}$ deben pagar a la 1^a brigada.

$\frac{6\ 888 \cdot 150}{246} = 4\ 200 \text{ €}$ deben pagar a la 2^a brigada.

- 23** Tres socios han obtenido en su negocio un beneficio de 12 900 €. ¿Qué parte corresponde a cada uno si el primero aportó inicialmente 18 000 €, el segundo, 15 000 €, y el tercero, 10 000 €?

$12\,900 : 43\,000 = 0,3$ € corresponden por cada euro invertido.

1^{er} socio $\rightarrow 18\,000$ € $\rightarrow 0,3 \cdot 18\,000 = 5\,400$ € le corresponden.

2^o socio $\rightarrow 15\,000$ € $\rightarrow 0,3 \cdot 15\,000 = 4\,500$ € le corresponden.

3^{er} socio $\rightarrow 10\,000$ € $\rightarrow 0,3 \cdot 10\,000 = 3\,000$ € le corresponden.

Suma = $43\,000$ € aportan entre los tres.

Mezclas

- 24** En una bodega se mezclan 6 hl de vino de alta calidad que cuesta a 300 € el hectólitro, con 10 hl de vino de calidad inferior a 220 €/hl. ¿A cómo sale el litro del vino resultante?

	CANTIDAD (hl)	PRECIO (hl)	COSTE €
ALTA CALIDAD	6	300 €	$6 \cdot 300 = 1\,800$
BAJA CALIDAD	10	220 €	$10 \cdot 220 = 2\,200$
MEZCLA	16		4 000

Precio de la mezcla = $\frac{\text{Coste total}}{\text{Cantidad total}} = \frac{4\,000}{16} = 250$ € cuesta 1 hl de mezcla.

$\rightarrow 250 : 100 = 2,5$ € cuesta 1 l de mezcla.

- 25** Se han vertido 3 litros de agua, a 15 °C, en una olla que contenía 6 litros de agua a 60 °C. ¿A qué temperatura está ahora el agua de la olla?

	CANTIDAD (l)	TEMPERATURA (°C)	
1 ^a CANTIDAD	3	15	$3 \cdot 15 = 45$
2 ^a CANTIDAD	6	60	$6 \cdot 60 = 360$
3 ^a CANTIDAD	9		405

Temperatura mezcla = $\frac{405}{9} = 45$ °C

- 26** Se ha fundido un lingote de oro de 3 kg de peso y 80% de pureza, junto con otro lingote de 1 kg y 64% de pureza. ¿Cuál es la pureza del lingote resultante?

	CANTIDAD (kg)	PUREZA (%)	CANTIDAD DE ORO (kg)
1 ^{er} LINGOTE	3	80%	$3 \cdot 0,8 = 2,4$
2 ^o LINGOTE	1	64%	$1 \cdot 0,64 = 0,64$
MEZCLA	4		3,04

Proporción de oro en la mezcla = $\frac{3,04}{4} = 0,76 \rightarrow 76\%$ de pureza.

Es decir, hay un 76% de oro en el lingote resultante.

27 Se funden 3 kg de oro puro con 7 kg de oro de 20 quilates. ¿Cuál es la ley del lingote resultante?

• *El oro puro tiene una ley de 24 quilates que significa una pureza del 100%. Una ley de 20 quilates significa que de 24 partes del peso del lingote, 20 son de oro.*

	CANTIDAD (kg)	PROPORCIÓN DE ORO	CANTIDAD DE ORO (kg)
1 ^{er} LINGOTE	3	1	$3 \cdot 1 = 3$
2 ^o LINGOTE	7	$\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$	$\frac{5}{6} \cdot 7 = \frac{35}{6}$
MEZCLA	10		$3 + \frac{35}{6} = \frac{53}{6}$

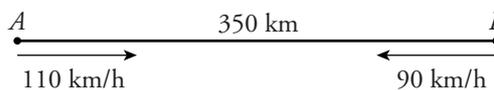
Proporción de oro en la mezcla = $\frac{53/6}{10} = \frac{53}{60} \approx 0,88$ (88% de oro).

Para hallar a cuántos quilates corresponde hacemos:

$$\frac{53}{60} = \frac{x}{24} \rightarrow x = \frac{53 \cdot 24}{60} = 21,2 \text{ quilates}$$

Móviles

28 Dos ciudades A y B distan 350 km. De A sale hacia B un coche a 110 km/h. Simultáneamente sale de B hacia A un camión a 90 km/h. Calcula el tiempo que tardarán en encontrarse y la distancia que recorre cada uno.



Se aproximan a una velocidad de: $110 + 90 = 200$ km/h

• Tiempo que tardan en encontrarse:

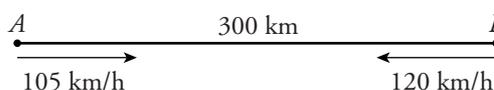
$$t = \frac{d}{v} = \frac{350}{200} = 1,75 \text{ horas} = 1 \text{ hora } 45 \text{ minutos}$$

• Distancia que recorre cada uno:

$$110 \cdot 1,75 = 192,5 \text{ km recorre el que sale de } A.$$

$$350 - 192,5 = 157,5 \text{ km recorre el que sale de } B.$$

29 Un autobús sale de A a 105 km/h. Simultáneamente sale de B un coche a 120 km/h. La distancia entre A y B es de 300 km. Calcula la distancia que recorre cada uno hasta que se cruzan.



Se aproximan a una velocidad de: $105 + 120 = 225$ km/h

- Tiempo que tardan en encontrarse:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{300}{225} = 1,3 \text{ horas} = 1 \text{ h } 20 \text{ min}$$

- Distancia que recorre cada uno:

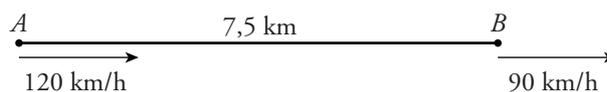
$$\text{Autobús: } d = t \cdot v = 1,3 \cdot 105 = 140 \text{ km}$$

$$\text{Coche: } d = t \cdot v = 1,3 \cdot 120 = 160 \text{ km}$$

- 30** Un camión sale de cierta población a una velocidad de 90 km/h. Cinco minutos más tarde sale en persecución una moto a 120 km/h. ¿Cuánto tiempo tarda la moto en alcanzar al camión?

Al cabo de los 5 minutos, el camión ha recorrido:

$$\frac{5 \cdot 90}{60} = 7,5 \text{ km le lleva de ventaja.}$$



Se aproximan a una velocidad de: $120 - 90 = 30 \text{ km/h}$

- Tiempo que tarda en alcanzarlo:

$$t = \frac{d}{v} = \frac{7,5}{30} = 0,25 \text{ horas} = 15 \text{ minutos}$$

Porcentajes

- 31** El 64% de los 875 alumnos y alumnas de un colegio están matriculados en Educación Secundaria. ¿Cuántos de ellos no son de Secundaria?

$$64\% \text{ de } 875 = 0,64 \cdot 875 = 560 \text{ son de Secundaria.}$$

$$875 - 560 = 315 \text{ no son de Secundaria.}$$

Otra forma:

$$64\% \text{ son de secundaria} \rightarrow 100\% - 64\% = 36\% \text{ no son de Secundaria.}$$

$$36\% \text{ de } 875 = 0,36 \cdot 875 = 315 \text{ no son de Secundaria.}$$

- 32** Un pantano contenía en enero un millón de metros cúbicos de agua y estaba lleno. Sus reservas se redujeron en abril al 80% de la capacidad, y en agosto, al 30%. ¿Cuántos metros cúbicos de agua contenía en abril? ¿Y en agosto?

$$\text{Abril: } 1\,000\,000 \cdot 0,8 = 800\,000 \text{ m}^3 \text{ de agua}$$

$$\text{Agosto: } 1\,000\,000 \cdot 0,3 = 300\,000 \text{ m}^3 \text{ de agua}$$

Página 62

- 33** El precio de un artículo sin IVA es de 725 €. Si he pagado 841 €, ¿qué porcentaje de IVA me han cargado?

$$725 \cdot x = 841 \rightarrow x = \frac{841}{725} = 1,16$$

El porcentaje de IVA es del 16%.

- 34** Se han pagado 45 € por una entrada para un partido adquirida en la reventa. Si el revendedor ha cobrado el 180% del precio original, ¿cuánto costaba la entrada en taquilla?

$$x \cdot 1,8 = 45 \rightarrow x = \frac{45}{1,8} = 25 \text{ €}$$

- 35** Un litro de gasolina costaba en enero 0,88 €, pero ha sufrido dos subidas en los últimos meses, la primera de un 5% y la segunda, un 4%. ¿Cuánto cuesta ahora un litro de combustible?

$$\text{Primera subida: } 0,88 \cdot 1,05 = 0,924 \text{ €}$$

$$\text{Segunda subida: } 0,924 \cdot 1,04 = 0,96096 \approx 0,96 \text{ €}$$

Un litro de combustible cuesta unos 0,96 €.

- 36** El precio del aluminio que se emplea en las ventanas ha subido dos veces en este año. La primera un 15% y la segunda un 8%. Pero en el último trimestre ha bajado un 6%. ¿Cuál ha sido el porcentaje de subida al cabo del año?

$$1 + 0,15 = 1,15 \leftarrow \text{primera subida}$$

$$1 + 0,08 = 1,08 \leftarrow \text{segunda subida}$$

$$1 - 0,06 = 0,94 \leftarrow \text{bajada}$$

$$1,15 \cdot 1,08 \cdot 0,94 = 1,16748$$

Ha habido un subida del 16,748%.

- 37** De los 240 viajeros que ocupan un avión, el 30% son asiáticos, el 15% africanos, el 25% americanos y el resto europeos. ¿Cuánto europeos viajan en el avión?

$$30\% + 15\% + 25\% = 70\% \text{ no son europeos.}$$

$$100\% - 70\% = 30\% \text{ son europeos.}$$

$$30\% \text{ de } 240 = 0,30 \cdot 240 = 72 \text{ viajeros son europeos.}$$

- 38** Un cine tiene 520 butacas ocupadas, lo que supone el 65% del total. ¿Cuál es la capacidad del cine?

$$65\% \text{ de } x = 520 \rightarrow x = 520 : 0,65 = 800 \text{ butacas hay en total.}$$

- 39** Los resultados en tiros de tres puntos obtenidos por tres jugadores de baloncesto han sido:

JUGADOR	A	B	C
TIROS CONSEGUIDOS	15	20	14
%	48,3	45,5	35

¿Cuántos intentos ha hecho cada uno?

Jugador A \rightarrow 48,3% de $x = 15 \rightarrow x = 15 : 0,483 \approx 31$ intentos

Jugador B \rightarrow 45,5% de $y = 20 \rightarrow y = 20 : 0,455 \approx 44$ intentos

Jugador C \rightarrow 35% de $z = 14 \rightarrow z = 14 : 0,35 = 40$ intentos

- 40** Calcula el coste final de todos estos artículos, teniendo en cuenta la rebaja que se anuncia.



Rebaja del 15% \rightarrow Pagamos $100\% - 15\% = 85\%$

Los precios ya rebajados serán:

- Pantalón \rightarrow 85% de 54 = $0,85 \cdot 54 = 45,9$ €
 - Chaqueta \rightarrow 85% de 108 = $0,85 \cdot 108 = 91,8$ €
 - Guantes \rightarrow 85% de 22,4 = $0,85 \cdot 22,4 = 19,04$ €
 - Calcetines \rightarrow 85% de 4,28 = $0,85 \cdot 4,28 = 3,638 \approx 3,64$ €
 - Zapatos \rightarrow 85% de 62 = $0,85 \cdot 62 = 52,7$ €
- 41** He pagado 16,28 € por una camisa que estaba rebajada un 12%. ¿Cuánto costaba la camisa sin rebaja?

Rebaja del 12% \rightarrow He pagado $100\% - 12\% = 88\%$

88% de $x = 16,28 \rightarrow x = 16,28 : 0,88 = 18,5$ € costaba sin rebaja.

- 42** Un panadero vende el pan de un kilo a 2,10 € y la barra de cuarto de kilo a 0,4 €.

Si ha decidido subir sus productos en 12%, ¿cuáles serán los nuevos precios?

Subida del 12% \rightarrow Pagamos $100\% + 12\% = 112\%$

- Pan de 1 kg \rightarrow 112% de 2,10 = $1,12 \cdot 2,10 = 2,352 \approx 2,35$ €
- Barra de $\frac{1}{4}$ kg \rightarrow 112% de 0,4 = $1,12 \cdot 0,4 = 0,448 \approx 0,45$ €

- 43** A María, en su factura del agua, le aplican un recargo del 10% sobre el coste total por exceso de consumo, un descuento del 15%, también sobre el total, por ser empleada de la compañía suministradora, y a la cantidad resultante se le aplica un 16% de IVA. ¿Cuánto tendrá que pagar finalmente si, según el contador, la cuota era de 120 €?

$$120 \text{ €} \cdot 1,10 \cdot 0,85 \cdot 1,16 = 130,152 \text{ €} \approx 130,15 \text{ €} \text{ tendrá que pagar.}$$

Interés simple

- 44** Calcular el beneficio obtenido de un capital de 5 000 € colocado al 2,5% anual durante 7 meses.

$$5\,000 \cdot 0,025 = 125 \text{ € de beneficio por un año.}$$

$$\frac{125 \cdot 7}{12} \approx 72,92 \text{ € de beneficio por 7 meses.}$$

- 45** Un agricultor compra una finca de 24 ha a 1,2 € el metro cuadrado, acordando saldar su deuda tres años más tarde con un interés del 3% anual. ¿Qué cantidad deberá abonar al cabo de tres años?

$$24 \text{ ha} = 24 \text{ hm}^2 = 240\,000 \text{ m}^2$$

$$240\,000 \cdot 1,2 = 288\,000 \text{ € costaba la finca.}$$

$$288\,000 \cdot 0,03 = 8\,640 \text{ € de interés anual ha de pagar.}$$

$$8\,640 \cdot 3 = 25\,920 \text{ € de interés debe pagar por los 3 años.}$$

$$288\,000 + 25\,920 = 313\,920 \text{ € deberá abonar al cabo de los 3 años.}$$

- 46** ¿Qué beneficio obtiene un prestamista que cede un capital de 2 500 €, al 12% anual, durante 45 días?

$$2\,500 \cdot 0,12 = 300 \text{ € de beneficio obtendría por 1 año.}$$

$$\frac{300 \cdot 45}{365} = 36,99 \text{ € de beneficio obtiene por 45 días.}$$

- 47** Un banco cobra un interés del 19% anual por los descubiertos en las cuentas. ¿Qué coste tiene para un cliente haber dejado su cuenta con un déficit de 75 € durante 15 días?

$$75 \cdot 0,19 = 14,25 \text{ € le cobrarían por un año.}$$

$$\frac{14,25 \cdot 15}{365} \approx 0,59 \text{ € le cuesta por 15 días.}$$

- 48** ¿Qué renta mensual obtiene un inversionista que coloca un capital de 18 500 €, al 6,25%, durante 30 días?

$$18\,500 \cdot 0,0625 = 1\,156,25 \text{ € obtendría de beneficio por 1 año.}$$

$$1\,156,25 : 12 \approx 96,35 \text{ € obtiene de beneficio por un mes.}$$

Interés compuesto

- 49** ¿En cuánto se convertirá un capital de 80 000 €, colocado al 4% anual, si se mantiene en el banco durante tres años sin retirar los intereses?

$$80\,000 \cdot 1,04^3 = 89\,989,12 \text{ €}$$

Página 63

- 50** Calcula el beneficio conseguido por un capital de 2 000 € colocados durante 2 años al 5% de interés compuesto anual.

$$2\,000 \cdot 1,05^2 = 2\,205 \text{ € habrá al cabo de dos años.}$$

$$2\,205 - 2\,000 = 205 \text{ € de beneficio.}$$

- 51** Se colocan en el banco 3 400 €, al 25% de interés compuesto anual, durante 3 años. ¿Qué cantidad se retirará al final del período?

$$3\,400 \cdot 1,025^3 \approx 3\,661,43 \text{ €}$$

REFLEXIONA SOBRE LA TEORÍA

- 52** Justifica por qué al repartir una cantidad en partes proporcionales a 2, 3 y 5, se obtiene el mismo resultado que si se reparte en partes proporcionales a 4, 6 y 10.

$2 + 3 + 5 = 10$. El reparto es $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{10}$, $\frac{5}{10}$ de la cantidad.

$4 + 6 + 10 = 20$. El reparto es $\frac{4}{20}$, $\frac{6}{20}$, $\frac{10}{20}$ de la cantidad.

Y es: $\frac{2}{10} = \frac{4}{20}$, $\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$, $\frac{5}{10} = \frac{10}{20}$.

- 53** Dos coches salen a la misma hora de dos poblaciones A y B , uno al encuentro del otro.



¿Cuál debe ser la razón de sus velocidades para que se encuentren en el punto medio, M ? ¿Y para que se encuentren en el punto K ? ¿Y para que se encuentren en el punto H ?

Para que se encuentren en M , sus velocidades han de ser iguales (distancias recorridas iguales).

Para que se encuentren en K , (la distancia que recorre el que sale de A es $\frac{1}{4}$ de la distancia que recorre el que sale de B) la velocidad de B ha de ser 4 veces la de A ; o la de A , $\frac{1}{4}$ de la de B .

Para que se encuentren en H , la razón de sus velocidades será:

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{9}{1} \quad \text{o} \quad \frac{v_B}{v_A} = \frac{1}{9}$$

- 54** Se quiere repartir una cantidad C en partes proporcionales a m , n y p . Escribe las fórmulas que expresan las partes P_m , P_n y P_p , en que quedará dividida dicha cantidad.

$$P_m = \frac{C \cdot m}{m + n + p}; \quad P_n = \frac{C \cdot n}{m + n + p}; \quad P_p = \frac{C \cdot p}{m + n + p}$$

- 55** Una cantidad C se ha repartido en partes proporcionales a tres números, a , b y c . Las partes obtenidas han sido $C/2$, $C/3$ y $C/6$. ¿Cuáles son los números a , b y c ?

$$1^{\text{a}} \text{ parte} \rightarrow \frac{C}{2} = \frac{3C}{6} \rightarrow a = 3$$

$$2^{\text{a}} \text{ parte} \rightarrow \frac{C}{3} = \frac{2C}{6} \rightarrow b = 2$$

$$3^{\text{a}} \text{ parte} \rightarrow \frac{C}{6} \rightarrow c = 1$$

- 56** Una cantidad, A , rebajada un 15%, se ha convertido en otra cantidad B de forma que $A \cdot k = B$. ¿Cuál es el valor de k ?

$$k = 0,85$$

- 57** Una cantidad, M , aumentada en un 5% se ha convertido en otra cantidad H , de forma que $M \cdot k = H$. ¿Cuál es el valor de k ?

$$k = 1,05$$

- 58** ¿Qué porcentaje es?

a) El 50% del 50%

b) El 10% del 10%

c) El 20% del 25%

d) El 80% del 20%

e) El 20% del 120%

f) El 50% del 200%

$$a) 50\% \text{ del } 50\% \rightarrow 0,5 \cdot 0,5 = 0,25 \rightarrow 25\%$$

$$b) 10\% \text{ del } 10\% \rightarrow 0,1 \cdot 0,1 = 0,01 \rightarrow 1\%$$

$$c) 20\% \text{ del } 25\% \rightarrow 0,2 \cdot 0,25 = 0,05 \rightarrow 5\%$$

$$d) 80\% \text{ del } 20\% \rightarrow 0,8 \cdot 0,2 = 0,16 \rightarrow 16\%$$

$$e) 20\% \text{ del } 120\% \rightarrow 0,2 \cdot 1,2 = 0,24 \rightarrow 24\%$$

$$f) 50\% \text{ del } 200\% \rightarrow 0,5 \cdot 2 = 1 \rightarrow 100\%$$

- 59 ¿Cuál es el beneficio, I , obtenido al colocar en el banco un capital, C , durante 5 meses, con un interés del 4% anual?

$$I = \frac{C \cdot 0,04 \cdot 5}{12} = 0,0167C \rightarrow \text{El } 1,67\% \text{ de } C$$

- 60 ¿Cuál es el beneficio obtenido al colocar en el banco un capital, C , durante 85 días, con un interés del 4% anual?

$$I = \frac{C \cdot 0,04 \cdot 85}{365} = 0,009315C \rightarrow \text{El } 0,93\% \text{ de } C$$

PROFUNDIZA

- 61 Cinco camiones, haciendo 6 viajes al día, consiguen evacuar 600 m^3 de tierra en 4 días. ¿Cuántos días tardarán 7 camiones en mover $3\,500 \text{ m}^3$ de tierra si desescombran en un vertedero más próximo, lo que permite a cada camión realizar 10 viajes al día?

PROPORCIONALIDAD INVERSA

Nº DE CAMIONES	Nº DE VIAJES AL DÍA	m^3 DE TIERRA	Nº DE DÍAS
5	6	600	4
1	1	1	$\frac{4 \cdot 5 \cdot 6}{600} = 0,2$
7	10	3 500	$\frac{0,2 \cdot 3\,500}{7 \cdot 10} = 10$

PROP. INVERSA (entre Nº DE CAMIONES y Nº DE DÍAS)
 PROP. DIRECTA (entre Nº DE VIAJES AL DÍA and Nº DE DÍAS)

Tardarán 10 días

Otra forma:

$5 \cdot 6 = 30$ viajes para 600 m^3 un camión en 4 días.

$30 \cdot 4 = 120$ viajes para 600 m^3 un camión en 1 día.

$600 : 120 = 5 \text{ m}^3$ en un viaje en camión.

$5 \cdot 7 = 35 \text{ m}^3$ en un viaje 7 camiones.

$35 \cdot 10 = 350 \text{ m}^3$ en 10 viajes 7 camiones.

$3\,500 : 350 = 10$ días tardarán 7 camiones, con 10 viajes al día, en desescombrar $3\,500 \text{ m}^3$ de tierra.

- 62** Un albañil tarda 6 horas en enfoscar un muro. Un segundo albañil es capaz de realizar ese mismo trabajo en 4 horas. ¿Cuánto tiempo tardarían en hacerlo trabajando juntos?

1^{er} albañil → Tarda 6 horas → Hace $\frac{1}{6}$ en 1 hora.

2^o albañil → Tarda 4 horas → Hace $\frac{1}{4}$ en 1 hora.

Entre los dos hacen en 1 hora:

$$\frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{2}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12} \text{ del total}$$

Por tanto, trabajando juntos tardarán:

$$\frac{12}{5} \text{ hora} = 2 \text{ horas } 24 \text{ minutos}$$

- 63** Un coche realiza el viaje desde la ciudad A hasta la ciudad B en 5 horas, y un camión realiza el recorrido contrario, de B a A en 7 horas. Si ambos parten simultáneamente, ¿cuánto tardarán en cruzarse?

Coche → Tarda 5 horas → $\frac{1}{5}$ del camino en 1 hora.

Camión → Tarda 7 horas → $\frac{1}{7}$ del camino en 1 hora.

Entre los dos recorren en 1 hora:

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{7} = \frac{7}{35} + \frac{5}{35} = \frac{12}{35} \text{ del camino}$$

Por tanto, tardarán en encontrarse:

$$\frac{35}{12} \text{ horas} = 2 \text{ horas } 55 \text{ minutos}$$

- 64** Una piscina tiene un grifo que la llena en 9 horas y un desagüe que la vacía en 12 horas. ¿Cuánto tardaría en llenarse si por un descuido nos dejáramos abierto el desagüe?

Grifo → La llena en 9 horas → Llena $\frac{1}{9}$ de piscina en 1 hora.

Desagüe → La vacía en 12 horas → Vacía $\frac{1}{12}$ de piscina en 1 hora.

Si abrimos el grifo y el desagüe, en 1 hora se llena:

$$\frac{1}{9} - \frac{1}{12} = \frac{4}{36} - \frac{3}{36} = \frac{1}{36} \text{ de piscina.}$$

Por tanto, tardaría 36 horas en llenarse.

65 Se depositan en un banco 72 000 € a un 8% anual y el banco descuenta un 15% de los beneficios como retención fiscal.

a) ¿Cuál será el porcentaje neto de rendimiento de ese capital?

b) Si los intereses se acumulan trimestralmente al capital, ¿cuál será el beneficio obtenido al cabo de dos años?

a) $0,08 \cdot 0,85 = 0,068 \rightarrow 6,8\%$ anual

b) $6,8 : 4 = 1,7\%$ trimestral

$$72\,000 \cdot 1,017^8 = 82\,394,85 \text{ € tendremos al cabo de los dos años.}$$

$$82\,394,85 - 72\,000 = 10\,394,85 \text{ € de beneficio.}$$

66 Calcula cuántos litros de una disolución de ácido sulfúrico al 80% hay que añadir a 5 litros de una disolución de ese mismo ácido, al 15%, para subir la concentración al 20%.

	CANTIDAD (l)	%	CANTIDAD DE ÁCIDO SULFÚRICO (l)
1ª DISOLUCIÓN	x	80%	$0,8x$
2ª DISOLUCIÓN	5	15%	$0,15 \cdot 5 = 0,75$
MEZCLA	$x + 5$	20%	$0,2(x + 5) = 0,8x + 0,75$

$$0,2(x + 5) = 0,8x + 0,75 \rightarrow 0,2x + 1 = 0,8x + 0,75$$

$$0,25 = 0,6x \rightarrow x = \frac{0,25}{0,6} \simeq 0,417 \text{ litros}$$